1.3.2. L'ANALISI A PRIORI, uno strumento per l'insegnante[1]

Sunto

Prima di proporre un problema, l'insegnante deve chiedersi quali siano gli strumenti a disposizione degli allievi per risolverlo, quali difficoltà dovranno essi affrontare e come organizzare il lavoro in classe per favorire un'evoluzione da procedure di risoluzione ancora naif verso metodi più stabili ed efficaci.

Questo lavoro d'analisi a priori qui viene presentato prima in modo generale e poi a partire dall'esempio di un problema sui multipli comuni a tre numeri, «Saltando, saltando», destinano ad allievi dagli 8 agli 11 anni. A questa analisi seguono alcune proposte di organizzazione del lavoro di classe affinché la situazione problematica possa condurre agli apprendimenti attesi. Sono presentate inoltre alcune ulteriori proposte di utilizzazione della stessa situazione nella formazione degli insegnanti.

Introduzione

Il mestiere di insegnante ha subito forti evoluzioni. Possiamo riassumere, in maniera un po' caricaturale, tale evoluzione nella maniera che segue. Per lungo tempo, l'insegnante ha insegnato un sapere, e a tale scopo, presentava delle soluzioni che l'allievo doveva poi applicare nei problemi. Questo periodo è lungi dall'essere finito. Di recente ho sentito un insegnante dire ai suoi allievi che avevano delle esitazioni di fronte ad un problema: *"Peraltro conoscete la regola del gioco. Quando vi assegno un problema, non lo faccio a caso. Ha qualcosa a che vedere con ciò che abbiamo studiato, non molto tempo fa"*.

Oggi si richiede all'insegnante d'insegnare proponendo dapprima agli allievi dei problemi la cui risoluzione richiede di inventare delle soluzioni originali che poi l'insegnante cerca di far evolvere per arrivare ad elementi di un nuovo sapere e a delle soluzioni più elaborate.

Troviamo tutto ciò nei programmi di scuola elementare francese: «*Elaborate come risposte efficaci a dei problemi, le prime nozioni matematiche sono identificate, poi studiate con lo scopo di essere utilizzate per risolvere nuovi … In certi casi, la risoluzione dei problemi è organizzata dall'insegnante per, a partire dalle soluzioni personali elaborate dagli allievi, sfociare su una nuova conoscenza (nozione o procedura).* » L'elaborazione di ***soluzioni personali*** precede così l'apprendimento delle ***soluzioni esperte***.

In questo contesto, l'insegnante è portato a prendere numerose decisioni: micro decisioni nell'ambito della gestione di una lezione (ma che possono avere degli effetti importanti!) e macro decisioni, in particolare sull'organizzazione del proprio insegnamento, sulla scelta delle situazioni... Possiamo considerare in questo contesto decisioni di tre tipi:

- quelle relative alla scelta e alla sistemazione dei «buoni» problemi;
- quelle relative alla gestione, nelle fasi di messa in comune, delle soluzioni personali elaborate dagli allievi;
- quelle relative ai modi di far evolvere queste *soluzioni personali*, in particolare verso *soluzioni esperte* ambite.

L'Analisi a priori

In questo ambito **l'analisi a priori** costituisce uno degli strumenti professionali di supporto per le decisione da prendere, permettendo di anticipare certe reazioni degli allievi e dunque di orientare certe scelte dell'insegnante.

Per quello che mi è noto, non esiste la definizione, riconosciuta come tale, di analisi a priori, benché l'espressione sia utilizzata sovente.

Alcuni utilizzano tale espressione quando si tratta di condurre «un'analisi epistemologica e didattica che precede necessariamente la costruzione di ingegnerie didattiche»: posto e ruolo della nozione in matematica, posto nell'insegnamento della matematica, concezioni iniziali degli allievi, obiettivi previsti. Parleremmo, in questo caso, piuttosto di **analisi preliminare**, situando l'analisi a priori nel momento della scelta e della concezione di una situazione posta all'interno di un processo già definito.

L'**analisi a priori** di una situazione è, per noi, un lavoro di ipotesi fatte dall'insegnante, orientate verso:

1. i percorsi, le strategie, i ragionamenti, le procedure, le soluzioni che l'allievo può mettere in opera nella situazione che gli viene proposta tenuto conto delle sue conoscenze presupposte: può lanciarsi a risolvere questo problema? Ha dei criteri per sapere se ha risolto bene o no?
2. le difficoltà che può incontrare e gli errori che può commettere: in particolare, la situazione permette all'allievo di impiegare le sue concezioni errate?
3. lo studio delle variabili didattiche della situazione e gli effetti sul lavoro dell'allievo, delle modifiche che l'insegnante può apportare alla situazione: *in particolare, la nozione o la procedura prevista è lo strumento più appropriato per risolvere il problema posto?*

[1] Roland Charnay, In *RMT: potenzialità per la classe e la formazione*. Atti delle giornate di Studio sul Rally matematico transalpino, Parma 2001 – Torre delle Stelle 2002. L. Grugnetti et al. ed.

4. lo studio delle variabili pedagogiche, legate a delle scelte di organizzazione della classe o di interventi da parte dell'insegnante, e i loro effetti sul lavoro degli allievi: *in particolare, quali sono i tipi di organizzazione o gli interventi che costituiranno un ostacolo al lavoro desiderato dell'allievo?*

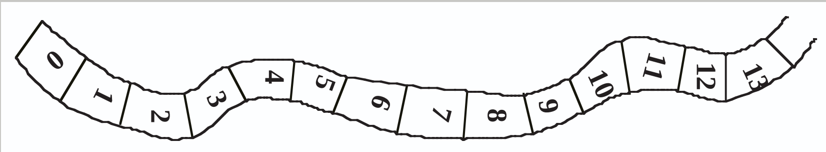
Questa definizione è compatibile con l'uso che viene fatto di quest'espressione nel Rally Matematico Transalpino (RMT), ma va oltre, cosa che si spiega con il fatto che, nel quadro del RMT, l'uso in classe dei problemi proposti non è preso in carico[2].

L'esempio di un problema del RMT 2002 (*Saltando, saltando*, problema 4, finale maggio 2002)

Ricordiamo l'enunciato di questo problema proposto per le categorie 3, 4 e 5 (da 8 a 11 anni).

4. Saltando, saltando (Cat. 3, 4, 5)

Una rana, un canguro e una lepre saltellano sulla «pista dei numeri»:



Partono tutti dalla casella **0**.
La rana fa sempre salti da tre caselle (quindi con il primo salto arriva sulla casella 3), il canguro fa sempre salti da sei caselle e la lepre fa sempre salti da quattro caselle.
Con l'ultimo salto ogni animale arriva sulla casella finale del percorso.
Ciascun animale lascia le proprie impronte sulla casella su cui poggia le zampe.
Terminato il gioco, ci sono 9 caselle contenenti ciascuna impronte di tutti e tre gli animali.

Indicate qual è il numero della casella finale della pista.
Spiegate come siete arrivati alla vostra risposta.

E l'analisi a priori che accompagna questo enunciato:

"Ambito concettuale

- Aritmetica: multipli, sequenze numeriche

Analisi del compito

- Considerare che la rana, la lepre e il canguro dopo ogni salto arrivano in caselle contrassegnate, rispettivamente, con numeri multipli di 3, di 4 e di 6.
- Indicare in una tabella o su un nastro le caselle su cui ogni animale lascia le proprie impronte (con colori o lettere) e constatare che le caselle con le impronte dei tre animali sono quelle dei multipli di 12 (minimo comune multiplo tra 3, 4 e 6). Dedurre che, contando la casella di partenza contrassegnata con lo 0, l'ultima casella del percorso deve avere il numero 96 (8 x 12 o 12 + 12 + 12 + ...).
- Oppure disegnare un nastro dei numeri e indicare le tracce degli animali e per conteggio delle 9 caselle che hanno i tre tipi di tracce, trovare che l'ultima casella è quella del numero 96."

Quest'analisi propone alcune procedure corrette che gli allievi possono utilizzare per risolvere il problema. Si può distinguerle nel modo seguente (che risponde al punto 1 dell'analisi a priori):

P_1: realizzazione effettiva dello spostamento di ciascun animale (per esempio utilizzando delle pedine) o schematizzazione di questa (che può servire da procedura d'entrata nel problema): se la si porta a termine, questa procedura richiede di disegnare la pista fino alla casella 98 almeno;

P_2: simulazione dei salti e scrittura delle tappe di ciascun animale, per conteggio di n in n o per addizione iterata del tipo: 3 + 3 + 3 +…, poi ricerca delle 9 tappe
comuni;

P_3: procedura identica, utilizzando la successione dei prodotti del tipo 3k... (utilizzazione implicita della successione dei multipli di 3, di 4 e di 6); l'utilizzazione delle successioni di multipli potrebbe ugualmente essere esplicita;

P_4: constatare che la prima casella comune (oltre che 0) è 12 e che le successive vanno di 12 in 12, e utilizzare le procedure P_2 e P_3 con 12 ;

P_5: matematizzare il problema cercando esplicitamente il m.c.m. di 3, 4 e 6 poi cercare il prodotto per 8 di tale m.c.m..

La scelta dei numeri consente che tutta queste procedure possano essere messe in opera ad un costo ragionevole.

---

[2] Questo è comunque un aspetto che l'ARMT sta discutendo, sia come dibattito al suo interno – si veda il tema dell'incontro di Parma (*Utilizzazione dei problemi del RMT in classe: dal problema alla situazione didattica*) – sia nell'ambito di corsi di formazione organizzati da diverse sezioni.

La nozione di **procedura esperta** dipende da ciò che può essere richiesto ad un certo livello, tenuto conto delle conoscenze elaborate al livello considerato. Nell'ambito dei programmi francesi:

- la procedura P_5 può costituire un livello d'esame per la fine del *Collège* (15 anni corrispondente in Italia alla fine del primo anno di scuola superiore),
- le procedure P_3 e P_4 possono essere previste per il ciclo 3, cioè al livello in cui il problema è stato proposto per la finale del rally.

In un certo modo, l'attribuzione dei punteggi completa quest'analisi, segnalando le risposte incomplete o gli errori possibili (punto 2 dell'analisi a priori).

"Attribuzione dei punteggi

4 Risposta esatta, 96, ben giustificata (con tabella o disegno del percorso e colorazione o con calcoli o lista dei multipli di 12)

3 Risposta 108 (non si è considerata la casella 0) oppure 120 (caselle d'arrivo o di partenza non contate) ma ben giustificata

2 Risposta 96 senza alcuna spiegazione o disegno,
oppure le nove caselle,
oppure uno o due errori nel conteggio o nell'annotazione dei "salti"

1 Più di due errori nel conteggio o nell'annotazione dei "salti" oppure risposta 108 o 120 senza spiegazione

0 Incomprensione del problema"

Gli errori possono riguardare:

- la scelta di una procedura inappropriata (codifica 0)
- la gestione delle procedure P_1 o P_2 (codifica 1 e 2)
- la non presa in considerazione delle caselle di partenza e/o di arrivo (codifica 3)

Gli errori nella messa in opera delle procedure P 3 o P 4 (calcoli di multipli) o P 5 (ricerca del m.c.m.) non sono previsti in modo esplicito.

L'interesse di questo primo lavoro di analisi a priori è evidente per l'insegnante e dunque per la formazione degli insegnanti. Possiamo suddividerlo in 4 punti:

- aiuto all'osservazione: l'esplicitazione delle diverse procedure che gli allievi possono adottare permette d'identificare più rapidamente quelle che sono effettivamente utilizzate dagli allievi, comprese quelle che eventualmente non sono state previste;
- aiuto alla classificazione: a partire dall'osservazione realizzata durante il lavoro degli allievi, diventa possibile operare una classificazione delle procedure;
- aiuto all'organizzazione e alla gestione della messa in comune: scelta dell'ordine nel quale saranno esaminate le procedure, scelta delle produzioni più significative, possibilità di raffronto di procedure differenti, scelta degli allievi da sollecitare …
- aiuto all'aiuto: l'analisi a priori permette anche di anticipare gli aiuti da apportare sia durante il lavoro di ricerca (messa a disposizione di una pista più lunga per certi allievi, per esempio) e soprattutto le evoluzioni possibili tra procedure che possono essere considerate come simili (allusione alla nozione di Zona di Sviluppo Prossimale).

L'analisi a priori è anche uno strumento indispensabile per prevedere le sistemazioni da apportare alla situazione al fine di provocare l'apprendimento

Tale analisi permette di prendere in considerazione i diversi problemi che possono essere posti a partire dalla situazione in gioco, per esempio:

- i salti sono dati, si cercano le caselle comuni nell'intervallo dato;
- una o diverse caselle comuni sono date, si cercano i salti possibili.

Essa permette anche d'identificare le variabili didattiche della situazione e l'influenza delle scelte possibili sul lavoro degli allievi (punto 3 dell'analisi a priori). Qui, possiamo considerare:

- la presenza o meno di tutta o di una parte della pista,
- il valore della casella d'arrivo,
- i valori dei salti.

Su questa linea, ecco per esempio le scelte effettuate in un testo che ho elaborato per gli allievi di terza elementare[3], con l'obiettivo di portare gli allievi a «comprendere a x b come posizione raggiunta spostandosi, a partire da 0, da a in a (b volte) oppure da b in b (a volte)», per gli allievi che conoscono già la moltiplicazione.

Le scelte sono indicate nelle 3 tappe della situazione:

- **tappa 1**: casella d'arrivo: 24; salti da 3, da 4 e da 5; pista suggerita, ma non visibile nella sua totalità
    - ◊ permettere a tutti gli allievi di entrare nella situazione

---

[3] Cap Maths, CE2, guide des activités et fichier de l'élève, Hatier, 2002

- ◊ lasciare la scelta della procedura
  - ◊ compresa quella che consiste nel disegnare la pista
- t**appa 2**: casella d'arrivo: 72; salti da 8, da 9 e da 10; pista suggerita, ma non visibile nella sua totalità
  - ◊ disegnare la pista diventa più costoso, ma non impossibile
  - ◊ la scelta di numeri come 8 e 9 rende i calcoli di 8 in 8 o di 9 in 9 un po' più difficili (ma non insormontabili) e può incitare al ricorso alla moltiplicazione (tabellina, visto che 8 x 9 = 72!), la scelta di 10 può facilitare questo ricorso alla moltiplicazione
  - ◊ questa scelta è fatta perché le procedure additive e le procedure moltiplicative vengano utilizzate e perché, nel corso della messa in comune, l'equivalenza possa essere messa in evidenza
- **tappa 2 bis**: la guida per l'insegnante suggerisce di porre la stessa domanda con la casella 160 e salti di 16 in 16, 4 in 4 e di 20 in 20, se nella tappa 2 sono state troppo poiché le procedure moltiplicative
- **tappa 3**: allenamento individuale (quaderno per l'allievo)
- **tappa 4**: nuovo problema (ricerca dei salti, essendo nota la casella), l'utilizzazione di procedure di spostamenti effettivi o additivi diventa ora molto più costosa.

Si vede bene la necessità, per l'autore del dispositivo, di questo lavoro di analisi a priori.
Aggiungiamo infine l'analisi legata alle variabili padagogiche (punto 4 dell'analisi a priori):
- tappa 1: individuale per permettere ad ognuno di entrare nella situazione e, per l'insegnante, notare coloro i quali, in particolare, confondono valore del salto e numero di salti (la guida dell'insegnante suggerisce che una pista effettiva può essere messa a disposizione di coloro che non hanno nessuna procedura d'entrata)
- tappa 2: a gruppi di due per favorire scambi sulle procedure e mutuo controllo.

In formazione

L'interesse in formazione è duplice:
- mostrare che certi compiti importanti dell'insegnante si situano fuori dalla classe, e non si limitano al lavoro di correzione;
- preparare l'insegnante ad anticipare gli effetti di alcune delle sue scelte, necessitando l'analisi a priori, di situarle non solo in rapporto all'organizzazione del sapere (cosa che fa piuttosto l'analisi preliminare) ma anche in rapporto alle interazioni tra l'allievo e il sapere: allievo e sapere sono così al centro dell'analisi a priori.

Possono essere proposte diverse modalità di formazione, illustrate a partire dall'esempio scelto:
- analisi a priori di una situazione (punti 1 e 2) ;
- scelta di una messa in opera della situazione, in particolare organizzazione della classe, materiale, supporto (punto 4);
- preparazione della messa in comune;
- confronto con lavori di allievi: analisi a priori / analisi a posteriori
- modificazioni da apportare alla situazione, in funzione di un obiettivo d'apprendimento (punto 3);
- analisi di una proposta d'insegnamento e interpretazione delle scelte operate dagli autori.