

A Francesca
A Francesco, Marcello, Aldo e Mario

Sandro Longo

Analisi Dimensionale e Modellistica Fisica

Principi e applicazioni
alle scienze ingegneristiche

 Springer

Sandro Longo

Dipartimento di Ingegneria Civile
Ambiente, Territorio e Architettura – DICATeA
Università degli Studi di Parma

UNITEXT – Collana di Ingegneria
ISSN versione cartacea: 2038-5749 ISSN elettronico: 2038-5773

ISBN 978-88-470-1871-6 e-ISBN 978-88-470-1872-3
DOI 10.1007/978-88-470-1872-3

Springer Milan Dordrecht Heidelberg London New York

© Springer-Verlag Italia 2011

Quest'opera è protetta dalla legge sul diritto d'autore e la sua riproduzione è ammessa solo ed esclusivamente nei limiti stabiliti dalla stessa. Le fotocopie per uso personale possono essere effettuate nei limiti del 15% di ciascun volume dietro pagamento alla SIAE del compenso previsto dall'art. 68. Le riproduzioni per uso non personale e/o oltre il limite del 15% potranno avvenire solo a seguito di specifica autorizzazione rilasciata da AIDRO, Corso di Porta Romana n. 108, Milano 20122, e-mail segreteria@aidro.org e sito web www.aidro.org.

Tutti i diritti, in particolare quelli relativi alla traduzione, alla ristampa, all'utilizzo di illustrazioni e tabelle, alla citazione orale, alla trasmissione radiofonica o televisiva, alla registrazione su microfilm o in database, o alla riproduzione in qualsiasi altra forma (stampata o elettronica) rimangono riservati anche nel caso di utilizzo parziale. La violazione delle norme comporta le sanzioni previste dalla legge.

L'utilizzo in questa pubblicazione di denominazioni generiche, nomi commerciali, marchi registrati, ecc. anche se non specificatamente identificati, non implica che tali denominazioni o marchi non siano protetti dalle relative leggi e regolamenti.

Layout copertina: Beatrice B., Milano

Immagine di copertina: parziale riproduzione di un bozzetto a tempera su cartoncino di Silvia Prada, Parma (2010). Riprodotto su autorizzazione

Impaginazione: PTP-Berlin, Protago T_EX-Production GmbH, Germany (www.ptp-berlin.eu)

Stampa: Grafiche Porpora, Segrate (MI)

Stampata in Italia

Springer-Verlag Italia S.r.l., Via Decembrio 28, I-20137 Milano

Springer-Verlag fa parte di Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Prefazione

L'Analisi Dimensionale è uno strumento trasversale di indagine scientifica che interessa tutti i settori di ricerca. Molto è stato già scritto per divulgarne i concetti generali, o per approfondirne gli aspetti particolari, e risulta difficile aggiungere qualcosa di nuovo o di diverso. Un elenco dei contributi sarebbe inevitabilmente incompleto, ma merita citare un riferimento importante rappresentato dai due volumi intitolati *I modelli nella Tecnica*, contenenti gli Atti del Convegno di Venezia dell'Accademia Nazionale dei Lincei del 1955 [1], con numerosi interventi di eminenti ricercatori italiani e stranieri. Più di cinquanta anni fa, l'Analisi Dimensionale e la Modellistica Fisica avevano assunto una struttura ben precisa che, di fatto, è rimasta invariata nel tempo. È opinione comune che l'Analisi Dimensionale permetta di fare maggiore chiarezza su fatti già noti e appaia, invece, poco efficace per lo studio di processi nuovi. Tale opinione è, per certi aspetti, condivisibile, ma non sarebbe male rammentare che la ricerca di una maggiore chiarezza, nell'analisi dei processi fisici, conduce inevitabilmente a una maggiore conoscenza. I criteri di analogia tra processi distinti, introdotti dall'Analisi Dimensionale e poi sviluppati dalla Teoria della Similitudine, sono molto efficaci per uniformare, verso l'alto, il livello medio delle argomentazioni scientifiche.

La trattazione dei principi e delle applicazioni dell'Analisi Dimensionale lascia ancora senza risposta numerosi interrogativi su questioni rilevanti, sebbene comunemente si trascurino le discussioni sui fondamenti, curando, invece, gli aspetti più applicativi. Ad esempio, è ancora senza risposta la domanda su quali e quante siano le grandezze fondamentali, come pure sulla liceità della riduzione del loro numero in base a nuove relazioni fisiche, o del loro incremento eseguendo una discriminazione, attribuendo, cioè, un ruolo differente alla stessa grandezza. Non è una questione di poco conto, dato che, come riportato nel prosieguo, un aumento del numero di grandezze fondamentali comporta una riduzione del numero di gruppi adimensionali e, in definitiva, una semplificazione della struttura delle equazioni fisiche: tutto ciò, purtroppo, solo sulla base di scelte non giustificate e non giustificabili a priori. Questa è una delle riserve, forse la più rilevante. Praticamente inesistenti sono, invece, le riserve sulla Teoria della Similitudine e sui modelli. Il pensiero attuale sulla rappresentazione scientifica della realtà assume che le risorse utili per tale rappresentazione siano linguistiche, considerando la matematica come uno specifico linguaggio (Giere, 2004 [34]): il linguaggio della scienza ha una sua sintassi, un aspetto semantico e uno pragmatico. Nella modellistica fisica è l'aspetto pragmatico che si esalta, con la sintassi e la semantica che si adattano di conseguenza.

Tralasciando le questioni di fondamento, qui solo brevemente accennate, lo scopo del libro è di fornire gli strumenti necessari e adatti per un'interpretazione corretta e coerente dei processi fisici, sia tramite l'Analisi Matematica sia attraverso la Modellistica Fisica. I primi capitoli affrontano le definizioni, i pochi teoremi dell'Analisi Dimensionale e i criteri di Similitudine. Dal Capitolo 5 in poi, l'attenzione è focalizzata sulle applicazioni in alcuni dei settori dell'Ingegneria. Gli argomenti trattati sono necessariamente limitati nel numero, ma, quasi sempre, svolti con dettaglio dei calcoli e con la trattazione delle assunzioni fatte. Per evitare di rendere troppo dispersivo il libro, ho tralasciato la descrizione di numerosi dispositivi sperimentali utilizzati per la modellistica fisica, come i tunnel del vento, i canali e le vasche con generatori d'onda, le piattaforme rotanti per i modelli geofisici, i tunnel idrodinamici, includendo solo una breve descrizione della centrifuga e della tavola vibrante. Ho anche omesso la trattazione delle tecniche di misura e della strumentazione, reperibile, ad esempio, su Doebelin, 2008 [27] e su Longo e Petti, 2006 [51]. Alcune nozioni più specifiche, richieste dal contesto, sono riportate nelle appendici, dove sono anche riportati numerosi gruppi adimensionali, tutti di interesse ingegneristico, ma con l'esclusione di molti altri relativi a processi fisici di natura elettrica o di fisica particellare. Ho preferito spiegare ripetutamente i simboli accanto alle formule che li utilizzano, anziché elencarli nelle appendici. Per quanto mi è stato possibile, ho cercato l'uniformità degli stessi: a uno specifico simbolo corrisponde una stessa grandezza in tutto il libro. Nel glossario è riportato il significato di alcuni termini specifici utilizzati nella trattazione.

Il libro si rivolge agli studenti universitari delle discipline ingegneristiche e delle scienze naturali e fisiche. Spero che possa essere di aiuto anche ai dottorandi di ricerca e ai colleghi ricercatori per chiarire le potenzialità, la metodologia, oltre che la finalità, dell'Analisi Dimensionale e della Teoria della Similitudine.

Ho avuto la fortuna di ottenere dai colleghi la lettura critica di alcuni capitoli. Ringrazio Massimo Ferraresi per la lettura e l'analisi dei primi 3 capitoli, Anna Maria Ferrero per il Capitolo 5 sulla Geotecnica. Ringrazio, inoltre, Francesca Aureli e Luca Chiapponi per l'attenta rilettura dei primi capitoli; Luca Chiapponi ha anche realizzato alcune figure, tra le più complesse e maggiormente curate. Infine, un sentito ringraziamento a Salvatrice Massari per la revisione stilistica che, spero, renda meno gravoso l'impegno del lettore. La responsabilità di quanto riportato nel libro, gli errori, le imprecisioni e le omissioni, restano a mio carico.

Gran parte del lavoro necessario per scrivere questo libro è stato svolto durante la mia permanenza in sabbatico a Granada, in Spagna, nella primavera-estate del 2010, ospite del Prof. Miguel A. Losada, Direttore del Centro Andaluz de Medio Ambiente (CEAMA), una struttura di ricerca in compartecipazione tra la Junta de Andalucía e l'Universidad de Granada. Presso il CEAMA, oltre alla disponibilità del laboratorio e di tutta la strumentazione per svolgere il mio programma di ricerca sperimentale, coadiuvato da Luca Chiapponi, Mara Tonelli, Simona Bramato e Christian Mans, ho avuto la completa disponibilità di quanto necessario per le indagini bibliografiche, per meditare e per scrivere.

Indice

1	L'Analisi Dimensionale	1
1.1	La classificazione delle grandezze fisiche	1
1.2	I sistemi di unità di misura	4
1.2.1	I sistemi monodimensionali	5
1.2.2	I sistemi omnidimensionali	7
1.2.3	I sistemi multidimensionali	8
1.2.4	La dimensione di una grandezza fisica e la trasformazione delle unità di misura	11
1.2.5	Alcune regole di scrittura	15
1.3	Il principio dell'omogeneità dimensionale	16
1.3.1	L'aritmetica del calcolo dimensionale	19
1.4	La struttura dell'equazione tipica sulla base dell'Analisi Dimensionale	20
1.4.1	Il metodo di Rayleigh	20
1.4.2	Il metodo di Buckingham (Teorema del <i>II</i>)	23
1.4.3	Un'ulteriore dimostrazione del Teorema di Buckingham	28
1.4.4	Un corollario del Teorema di Buckingham	39
1.4.5	Il criterio della proporzionalità lineare	42
2	I metodi matriciali nell'Analisi Dimensionale	45
2.1	La formalizzazione dei metodi matriciali	45
2.1.1	Un'ulteriore generalizzazione della tecnica matriciale per il calcolo di monomi a dimensione non nulla	48
2.1.2	Il numero di soluzioni indipendenti	52
2.1.3	Alcune proprietà dei gruppi dimensionali e adimensionali	59
2.2	La riduzione del numero di gruppi adimensionali	60
2.2.1	La vettorializzazione e la discriminazione delle grandezze	61
2.2.2	L'incremento del numero delle grandezze fondamentali	65
2.2.3	Il cambiamento delle grandezze fondamentali e l'accorpamento delle variabili	67

3	La simmetria e le trasformazioni affini	69
3.1	La struttura delle funzioni dei gruppi adimensionali	69
3.1.1	La struttura della funzione dei gruppi adimensionali forzatamente <i>monomia</i>	70
3.1.2	La struttura della funzione dei gruppi adimensionali forzatamente <i>non monomia</i>	71
3.1.3	La struttura della funzione dei gruppi adimensionali possibilmente <i>monomia</i>	73
3.2	La rilevanza dimensionale e fisica delle variabili	74
3.2.1	Le variabili dimensionalmente irrilevanti	74
3.2.2	Le variabili fisicamente irrilevanti	77
3.3	Il Teorema di Buckingham e le trasformazioni affini	83
3.3.1	L'adimensionalizzazione delle equazioni algebriche e dei problemi differenziali	85
3.4	L'uso della simmetria per specificare la forma della funzione	86
3.5	Alcuni suggerimenti per l'individuazione dei gruppi adimensionali .	101
4	La teoria della similitudine e le applicazioni ai modelli	103
4.1	I modelli fisici e la similitudine	103
4.1.1	La similitudine geometrica	104
4.1.2	La similitudine cinematica	107
4.1.3	La similitudine dinamica	108
4.1.4	La similitudine dinamica per sistemi di particelle materiali interagenti	116
4.1.5	La similitudine dinamica per continui rigidi	117
4.1.6	Le trasformazioni affini delle traiettorie e le condizioni di similitudine geometricamente distorta	120
4.1.7	La similitudine costitutiva e gli altri criteri di similitudine ..	122
4.2	La condizione di similitudine sulla base dell'Analisi Dimensionale .	125
4.3	La condizione di similitudine sulla base dell'Analisi Diretta	128
4.4	La similitudine completa e incompleta	131
4.5	Una estensione del concetto di similitudine: alcune leggi scala in biologia	132
4.5.1	Una derivazione dell'esponente della legge di Kleiber	137
5	Le applicazioni dell'Analisi Dimensionale a problemi di forze e deformazioni	141
5.1	La classificazione dei modelli strutturali	141
5.2	La similitudine nei modelli strutturali	143
5.3	Le strutture sollecitate staticamente	144
5.3.1	I rapporti scala nella similitudine strutturale indistorta per modelli elastici statici	145
5.3.2	Il comportamento plastico	148
5.3.3	I modelli di strutture in calcestruzzo armato o precompresso	148
5.3.4	La curvatura di una trave in materiale duttile	153

5.3.5	I fenomeni di instabilità	157
5.3.6	La rotazione plastica di una sezione armata	159
5.4	Le strutture sollecitate dinamicamente	162
5.4.1	Le azioni di una forzante periodica	162
5.4.2	Le azioni impulsive: i fenomeni d'urto	163
5.5	Le strutture sollecitate da carichi di natura termica	169
5.6	Le vibrazioni delle strutture elastiche	171
5.7	I modelli aeroelastici	174
5.8	I modelli di carichi esplosivi esterni alla struttura	177
5.9	I modelli dinamici con azione da terremoto	179
5.10	Gli effetti scala nei modelli strutturali	180
6	Le applicazioni nella Geotecnica	183
6.1	La tavola vibrante	183
6.1.1	Le condizioni di similitudine per un modello su una tavola vibrante	184
6.2	Le condizioni di similitudine per i modelli in centrifuga	186
6.2.1	Le scale nei modelli in centrifuga	188
6.2.2	Gli effetti scala e le anomalie nelle centrifughe	191
6.2.3	I modelli di trasporto di contaminanti in centrifuga	194
6.2.4	La similitudine nei modelli dinamici in centrifuga	197
6.2.5	La similitudine nei processi tettonici	199
6.3	Alcune applicazioni per la soluzione dei problemi classici	202
6.4	L'Analisi Dimensionale dei <i>debris flow</i>	208
6.4.1	Il processo fisico di arretramento delle falesie	214
7	L'Analisi Dimensionale e i problemi di trasmissione del calore	219
7.1	I gruppi adimensionali rilevanti	219
7.1.1	Lo scambiatore di calore	221
7.1.2	Il trasferimento di calore nei nanofluidi	225
7.1.3	Lo scambio termico in presenza di vapori	226
7.1.4	Lo scambio termico di un corpo omogeneo	228
7.2	Il trasferimento di calore in reti ramificate frattali	229
8	Le applicazioni nella Meccanica dei fluidi e nell'Idraulica	233
8.1	I gruppi adimensionali di interesse nella Meccanica dei fluidi	233
8.1.1	L'equazione di bilancio della quantità di moto lineare	233
8.1.2	Le diverse condizioni alla frontiera	238
8.2	Le condizioni di similitudine nei modelli idraulici	252
8.2.1	La similitudine di Reynolds	254
8.2.2	La similitudine di Froude	254
8.2.3	La similitudine di Mach	257
8.2.4	La similitudine nei processi di filtrazione	258

8.3	I modelli idraulici geometricamente distorti	261
8.4	Gli effetti scala nei modelli idraulici	262
8.5	I modelli analogici	270
9	I modelli nell’Idraulica fluviale	275
9.1	La similitudine in un alveo non prismatico in regime stazionario (e non uniforme)	275
9.1.1	I modelli distorti di fiumi e canali in regime di moto gradualmente vario	280
9.1.2	Il rapporto scala del coefficiente di resistenza e della scabrezza	282
9.1.3	I modelli distorti di fiumi e di canali in regime di moto generico	287
9.2	I modelli in regime non stazionario	290
9.3	I modelli inclinati	292
10	I modelli in presenza di trasporto solido	295
10.1	Le condizioni di similitudine in alvei fluviali in presenza di sedimenti in movimento	295
10.1.1	I modelli indistorti: numero di Reynolds dei sedimenti $\rightarrow \infty$	297
10.1.2	I modelli indistorti: numero di Reynolds dei sedimenti < 70	299
10.2	Ipotesi di trasporto solido indipendente dalla profondità della corrente idrica	299
10.2.1	Ipotesi di trasporto solido indipendente dalla profondità della corrente idrica e di numero di Reynolds dei sedimenti $\rightarrow \infty$	301
10.3	Il fondo in presenza di dune, <i>ripples</i> e altre forme: il calcolo della scabrezza equivalente	301
10.3.1	Le condizioni di similitudine per i sedimenti e per la corrente idrica in presenza di forme di fondo	304
10.4	Le scale temporali nei modelli a fondo mobile distorti	306
10.5	I fenomeni localizzati	309
10.6	La modellazione del trasporto solido in presenza di moto ondoso	310
10.6.1	La similitudine per le forzanti del trasporto solido (onde e correnti)	313
10.6.2	Ipotesi di <i>bed load</i> dominante	315
10.6.3	Ipotesi di <i>suspension load</i> dominante	322
	Appendice A Le funzioni omogenee e le loro proprietà	325
	Appendice B I numeri (gruppi adimensionali) notevoli	327
	Glossario	353
	Bibliografia	357
	Indice analitico	363
	Indice degli autori	369