

GEOMETRIA II - (15CFU)

(Proff. Alberto Saracco, Adriano Tomassini)

1. Topologia generale.

1.1 Fibrati

- 1.1.1 Fibrati vettoriali. Operazioni sui fibrati vettoriali.
- 1.2 Metriche lungo le fibre.
- 1.3 Connessioni lineari. Operazioni sulle connessioni.
- 1.4 Curvatura di una connessione.
- 1.5 Connessioni nel fibrato tangente.

1.2 Topologia

- 1.2.1 Spazi topologici
- 1.2.2 Spazi metrici
- 1.2.3 Funzioni continue
- 1.2.4 Sottospazi, unioni disgiunte e prodotti di spazi topologici
- 1.2.5 Basi e sottobasi

1.3 Compattezza

- 1.3.1 Compattezza
- 1.3.2 Compattificazione di Alexandrov

1.4. Assiomi di separazione

1.5 Costruzione di funzioni continue su spazi topologici

- 1.5.1 Lemma di Urysohn
- 1.5.2 Lemma di estensione di Tietze
- 1.5.3 Partizioni dell'unita e paracompattezza

1.6 Proprieta' di connessione

- 1.6.1 Connessione
- 1.6.2 Connessione per archi
- 1.6.3 Versioni locali delle proprieta' di connessione

2. Topologia Algebrica.

2.1 Omotopia

2.2 Gruppo fondamentale

- 2.2.1 Cammini
- 2.2.2 Gruppo fondamentale

2.3 Rivestimenti

2.4 Teorema di Seifert-Van Kampen

3. Curve e Superficie.

3.1 Curve.

- 3.1.1 Curve parametrizzate nello spazio euclideo n-dimensionale.
- 3.1.2 Curve regolari. Retta tangente. Lunghezza d'arco.
- 3.1.3 Teoria locale delle curve. Riferimento di Frénet. Formule di Frénet. Curvature. Il teorema di rigidità. Invarianza delle curvature per movimenti rigidi.
- 3.1.4 Forma canonica locale.
- 3.1.5 Curve nel piano e nello spazio.

4.1 Superficie.

- 4.1.1 Superficie regolari. Immagine inversa di valori regolari. Superficie di rotazione. Superficie rigate.
- 4.1.2 Cambiamento di parametri. Funzioni differenziabili. Applicazioni tra superficie.
- 4.1.3 Piano tangente. Il differenziale di un'applicazione.
- 4.1.4 La prima forma fondamentale. Area di una regione su una superficie.
- 4.1.5 Superficie orientabili.
- 4.1.6 Mappa di Gauss. Operatore di Weingarten.
- 4.1.6 La seconda forma fondamentale.
- 4.1.7 Curvatura normale. Teorema di Meusnier. Curvature principali. Formula di Eulero.
- 4.1.8 Curvatura di Gauss. Curvatura media.
- 4.1.9 Isometrie.
- 4.1.10 Il teorema Egregium di Gauss. Equazioni di Gauss e Codazzi-Mainardi.
- 4.1.11 Derivata covariante. Il trasporto parallelo. Geodetiche. Proprietà estrema delle geodetiche.
- 4.1.12 Il teorema di rigidità della sfera.

4. Elementi di teoria delle funzioni olomorfe di una variabile complessa

- 4.1.1 Richiami sui numeri complessi.
- 4.1.2 Derivazione complessa. Funzioni olomorfe.
- 4.1.3 Integrazione complessa.
- 4.1.4 Il teorema integrale di Cauchy. Conseguenze e applicazioni.
- 4.1.5 Formula di Cauchy.
- 4.1.6 Funzioni analitiche. Analicità delle funzioni olomorfe. Prolungamento analitico. Zeri di funzioni olomorfe.
- 4.1.7 Il teorema di Liouville. Dimostrazione del Teorema fondamentale dell'algebra.
- 4.1.8 Punti singolari isolati e serie di Laurent.
- 4.1.9 Il Teorema dei residui.

Testi di riferimento.

[1] K. Janich, *Topologia*, Zanichelli, Bologna, 1994.

[2] C. Kosniowski, *Introduzione alla topologia algebrica*, Zanichelli, Bologna, 1988.

[3] M. do Carmo, *Riemannian geometry*. Translated from the second Portuguese edition by Francis Flaherty. Mathematics: Theory & Applications. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1992. xiv+300

[4] L. V. Ahlfors, *Complex analysis. An introduction to the theory of analytic functions of one complex variable*. Third edition. International Series in Pure and Applied Mathematics. McGraw-Hill Book Co., New York, 1978.