

**Geometria - 9 CFU** (Appello del 21 settembre 2016)

Cognome:	Nome:					
Nr.matricola:	Corso di laurea:					

**Esercizio 1.** In  $\mathbb{R}^3$ , si consideri la retta

$$r : \begin{cases} 2x_1 - x_3 - 1 = 0 \\ x_1 - x_2 + 4 = 0 \end{cases} .$$

1. Determinare un'equazione cartesiana per il piano  $\pi$  ortogonale a  $r$  e passante per  $P = (1, 0, 3)$ .
2. Detto  $Q$  il punto di intersezione tra la retta  $r$  e il piano  $\pi$ , determinare un'equazione parametrica per la retta passante per  $P$  e  $Q$ .

**Svolgimento:**

**Esercizio 2.** Si consideri il sottospazio  $U$  di  $\mathbb{R}^3$  generato dai vettori

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

1. Trovare una base ortogonale di  $U$ , rispetto al prodotto scalare canonico di  $\mathbb{R}^3$ .
2. Trovare una base del complemento ortogonale  $U^\perp$ , rispetto al prodotto scalare canonico di  $\mathbb{R}^3$ .

**Svolgimento:**

**Esercizio 3.** Sia  $L : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  l'applicazione lineare definita da

$$L \left( \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 + x_3 \\ x_2 + x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}.$$

1. Calcolare la matrice associata ad  $L$ .
2. Trovare una base di  $\text{Ker } L$  e stabilire se  $L$  è un isomorfismo.

3. Stabilire se le immagini tramite  $L$  dei vettori  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  e  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  sono linearmente indipendenti.

**Svolgimento:**

**Esercizio 4.** Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix},$$

trovare una matrice  $P$  invertibile e una matrice  $D$  diagonale tali che  $D = P^{-1}AP$ .

**Svolgimento:**