

Esame di Geometria - 9 CFU (Appello del 12 settembre 2016)

Cognome:	Nome:					
Nr.matricola:	Corso di laurea:					

Esercizio 1. Considerare i sottospazi vettoriali $U, W \subset \mathbb{R}^4$ dati da

$$U = \mathcal{L} \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right), \quad W = \mathcal{L} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right).$$

1. Calcolare equazioni cartesiane di U .
2. Calcolare la dimensione di $U + W$ e di $U \cap W$. Esibire inoltre una base di $U + W$.
3. Esibire una base ortonormale di U .

Svolgimento:

Esercizio 2. Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

- a) Stabilire se gli autospazi di A sono fra loro ortogonali.
- b) Determinare, se possibile, una matrice P ortogonale e una matrice D diagonale in modo che sia $P^{-1}AP = D$.

Svolgimento:

Esercizio 3. Siano date la retta r di equazioni parametriche

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R},$$

e la retta s di equazioni cartesiane

$$s : \begin{cases} x - y + 3z + 7 = 0, \\ x + y + 5z + 3 = 0. \end{cases}$$

Determinare un'equazione cartesiana del piano π contenente la retta r e parallelo alla retta s .

Svolgimento:

Esercizio 4. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} .$$

- a) Determinare tutti i vettori $Y \in \mathbb{R}^3$ per i quali il sistema lineare $AX = Y$ risulta risolvibile. (Si descriva questo insieme in forma cartesiana).
- b) Si dica che cosa rappresenta geometricamente l'insieme di questi vettori.

Svolgimento: