

**Istituzioni di Matematica**  
**Compito del 10-09-2015**

**COGNOME e NOME**

**MATRICOLA**

**Attenzione:** vige il sistema di verbalizzazione on line. Saranno disponibili su esse3 i voti degli scritti. Il 17 settembre, alle 9:30, al Dipartimento di Matematica e Informatica si potranno visionare i compiti e fare gli orali per migliorare il voto dello scritto. Dopo circa 10 giorni dalla pubblicazione on line, i voti non rifiutati, saranno considerati accettati e verbalizzati dal sistema.

**Esercizio 1.** (10 pt)  
Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1} \right)$$

e tracciarne un grafico approssimativo (studiare anche convessità/concavità).

**Esercizio 2.** (4 pt)  
Calcolare l'integrale

$$\int \frac{e^x}{(e^x + 1)(e^x + 2)} dx$$

e verificare il risultato ottenuto.

**Esercizio 3.** (4 pt)  
Definire una funzione continua  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che:

- a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  ;
- b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  ;
- c.  $f(\pi) = 0$  .

**Esercizio 4.** (5 pt)  
Risolvere la seguente equazione differenziale con le condizioni iniziali date:

$$\begin{cases} y'' = 4y' - 4y + 4 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases} .$$

**Esercizio 5** (5 pt)  
Calcolare la retta di regressione ed il coefficiente di Pearson per il seguente insieme di dati

$$\{(-2, -8); (-1, -5); (0, 2); (1, 2); (2, 8)\} .$$

**Esercizio 6.** (3 pt)  
Sia  $f : \left(-\sqrt[3]{\pi^6 + \frac{1}{2}}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = x(\cos^2(x) + \sin^4(x)) + \log \left( x^3 + \pi^6 + \frac{1}{2} \right)$$

Dimostra che  $f$  si annulla in almeno un punto  $x_0$  con  $|x_0| < \pi^2$ .