

Istituzioni di Matematica
Compito del 10-09-2015

COGNOME e NOME

MATRICOLA

Attenzione: vige il sistema di verbalizzazione on line. Saranno disponibili su esse3 i voti degli scritti. Il 17 settembre, alle 9:30, al Dipartimento di Matematica e Informatica si potranno visionare i compiti e fare gli orali per migliorare il voto dello scritto. Dopo circa 10 giorni dalla pubblicazione on line, i voti non rifiutati, saranno considerati accettati e verbalizzati dal sistema.

Esercizio 1. (10 pt)
Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x + 1} \right)$$

e tracciarne un grafico approssimativo (studiare anche convessità/concavità).

Esercizio 2. (4 pt)
Calcolare l'integrale

$$\int \frac{e^x}{(e^x + 1)(e^x + 2)} dx$$

e verificare il risultato ottenuto.

Esercizio 3. (4 pt)
Definire una funzione continua $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che:

- a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$;
- b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$;
- c. $f(\pi) = 0$.

Esercizio 4. (5 pt)
Risolvere la seguente equazione differenziale con le condizioni iniziali date:

$$\begin{cases} y'' = 4y' - 4y + 4 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases} .$$

Esercizio 5 (5 pt)
Calcolare la retta di regressione ed il coefficiente di Pearson per il seguente insieme di dati

$$\{(-2, -8); (-1, -5); (0, 2); (1, 2); (2, 8)\} .$$

Esercizio 6. (3 pt)
Sia $f : \left(-\sqrt[3]{\pi^6 + \frac{1}{2}}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = x(\cos^2(x) + \sin^4(x)) + \log \left(x^3 + \pi^6 + \frac{1}{2} \right)$$

Dimostra che f si annulla in almeno un punto x_0 con $|x_0| < \pi^2$.