A. Saracco	2009/10
Laurea in Scienze dell'Architettura	
Curve e Superfici	Testi secondo compitino

000

COGNOME NOME MATRICOLA CODICE QUIZ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Esercizio 40. Dimostrare che l'iperboloide iperbolico è una superficie rigata non cilindrica.

Esercizio 47. Mostrare che per un iperboloide iperbolico di rotazione la linea di stringimento è il parallelo più piccolo, vale a dire quello generato dai vertici dell'iperbole.

Esercizio 54. Dimostrare che i punti di un iperboloide ellittico sono tutti ellittici.

Esercizio 55. Dimostrare che i punti di un iperboloide iperbolico sono tutti iperbolici.

Esercizio 56. Mostrare che l'iperboloide iperbolico di rotazione è la superficie generata dalla rotazione di una retta sghemba attorno all'asse.

Esercizio 57. Mostrare che un iperboloide iperbolico è una superficie doppiamente rigata.

Esercizio 58. Mostrare che un iperboloide iperbolico non contiene altre rette oltre a quelle della due famiglie che lo rigano doppiamente.

Esercizio 59. Giustificare il fatto che se ci muoviamo lungo una retta r di un iperboloide iperbolico, mantenendoci sempre diretti verso il versore normale, percorrendo la retta da $-\infty$ a $+\infty$ compiamo mezzo giro attorno alla retta r.

Esercizio 60. Giustificare il fatto che le uniche sezioni piane degeneri di un iperboloide iperbolico $\mathcal{I}$ sono una coppia di rette: incidenti in P se il piano con cui si seziona $\mathcal{I}$ è tangente in P; oppure parallele.

Esercizio 61. Com'è fatta una sezione piana di un iperboloide iperbolico? Si enuncino i diversi casi a seconda delle posizioni reciproche del piano con cui si seziona e del cono degli asintoti.

Esercizio 62. Dopo aver definito cos'è un cilindro quadratico, mostrare che tutti i punti di un cilindro quadratico sono parabolici.

Esercizio 63. Dopo aver definito cos'è un cono quadratico, mostrare che tutti i punti (escluso il vertice) di un cono quadratico sono parabolici.

Esercizio 1. Dopo aver definito cos'è un cono quadratico, si studino in un punto P le sezioni normali nelle direzioni principali di un cono quadratico.

Esercizio 64. Cos'è il nastro di Möbius?

Esercizio 65. Perchè il nastro di Möbius non è orientabile?

Esercizio 66. Descrivere la retta di autointersezione del nastro di Möbius esteso.

Esercizio 67. Mostrare con un esempio che, asegnati due punti su una superficie non è detto che esista una curva che li collega di lunghezza pari alla distanza fra i due punti.

Esercizio 68. Spiegare la definizione di distanza di due punti su una superficie.

Esercizio 69. Mostrare un esempio di arco di geodetica che non è la curva di lunghezza minima fra i suoi estremi.

Esercizio 70. Sia $\mathcal{S}$ una superficie realizzata in materiale plastico duttile ma inestensibile. Deformiamo la superficie $\mathcal{S}$ fino ad ottenere una superficie $\mathcal{S}'$. Dopo aver dato la definizione di isometria, mostrare che la deformazione stabilisce un'isometria $F : \mathcal{S} \to \mathcal{S}'$.

Esercizio 72. Data una superficie $\mathcal{S}$ e una sua parametriazzazione $X(u, v)$, definire le funzioni $E(u, v), F(u, v), G(u, v), l(u, v), m(u, v), n(u, v)$.

Esercizio 73. Mostrare che le funzioni E, F, G, l, m, n non dipendono solo dal punto della superficie $\mathcal{S}$, come ovvio, ma anche dalla scelta dell'applicazione $X(u, v)$ che definsce $\mathcal{S}$.

Esercizio 74. Mostrare l'esempio di un coono a punti parabolici e di un cono che possiede punti planari.

Esercizio 75. Sia $\mathcal{S}$ la rigata delle tangenti di una curva $\mathcal{C}$ (con curvatura sempre non nulla). Di che tipo sono i punti di $\mathcal{S}$?

Esercizio 76. Definisci la curvatura di Gauss.

Esercizio 77. Determinare la curvatura di Gauss di una sfera di raggio R.

Esercizio 78. È possibile realizzare una pianta piana di una regione terrestre che rispetti esattamente le distanze? (intendendo la superficie della Terra come una sfera perfetta)

Esercizio 79. Chiarire il significato della seguenteaffermazione e giustificarla: Ogni superficie di curvatura Gaussiana costante K è localmente isometrica ad una sfera di raggio $1/\sqrt{K}$.

Esercizio 80. Sia $\mathcal{S}$ una superficie e sia $\mathcal{S}'$ la superficie ottenuta dilatando la prima di un fattore $C > 0$. Mostrare che in punti corrispondenti delle due superfici la curvatura di Gauss viene modificata per un fattore $1/C^2$.

Esercizio 81. Assegnata la costante $K > 0$, descrivere le superfici di rotazione che hanno curvatura costante K.

Esercizio 82. Descrivere la pseudosfera.

Esercizio 83. Descrivere l'elicoide.

Esercizio 84. Scrivere l'equazione parametrica dell'elicoide.

Esercizio 85. Determinare la linea di stringimento di un'elicoide.

Esercizio 86. Calcolare la curvatura di Gauss di un'elicoide.