A. Saracco		2009/10
	Laurea in Scienze dell'Architettura	
Curve e Superfici		Testi primo compitino

000

COGNOME NOME MATRICOLA CODICE QUIZ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Esercizio 1. Dimostrare che meridiani e paralleli di una superficie di rotazione sono tra loro perpendicolari.

Esercizio 2. Dimostrare che il piano tangente di una superficie di rotazione in un punto P è il piano che contiene le rette t_p e t_m tangenti in P al meridiano e al parallelo che passano per P.

Esercizio 3. Si consideri la superficie S ottenuta ruotando una circonferenza C attorno ad una retta a ad essa complanare nel caso che la retta sia esterna alla circonferenza. Si faccia uno schizzo della superficie, si individuino i punti singolari e si descriva in questi punti il comportamento tangenziale di S.

Esercizio 4. Si consideri la superficie S ottenuta ruotando una circonferenza C attorno ad una retta a ad essa complanare nel caso che la retta sia tangente alla circonferenza. Si faccia uno schizzo della superficie, si individuino i punti singolari e si descriva in questi punti il comportamento tangenziale di S.

Esercizio 5. Si consideri la superficie S ottenuta ruotando una circonferenza C attorno ad una retta a ad essa complanare nel caso che la retta sia secante e non passi per il centro della circonferenza. Si faccia uno schizzo della superficie, si individuino i punti singolari e si descriva in questi punti il comportamento tangenziale di S.

Esercizio 6. Si consideri la superficie S ottenuta ruotando una circonferenza C attorno ad una retta a ad essa complanare nel caso che la retta sia secante e passi per il centro della circonferenza. Si faccia uno schizzo della superficie, si individuino i punti singolari e si descriva in questi punti il comportamento tangenziale di S.

Esercizio 7. Si consideri la superficie S ottenuta ruotando una curva C attorno ad una retta a ad essa complanare. C taglia la retta a nel punto P e in P C ammette tangente. Descrivere i diversi casi possibili e il comportamento tangenziale della superficie S in P.

Esercizio 8. Scrivere l'equazione cartesiana di un paraboloide di rotazione.

Esercizio 9. Che cos'è un paraboloide ellittico?

Esercizio 10. Quali sono le proprietà di simmetria di un paraboloide ellittico?

Esercizio 11. Quanti sono i paraboloidi ellittici? (ovvero metti in corrispondenza in modo naturale l'insieme dei paraboloidi ellittici e un altro insieme)

Esercizio 12. Come posso ottenere un paraboloide ellittico a partire da un paraboloide di rotazione?

Esercizio 13. Fissato un piano α passante per l'asse di un paraboloide ellittico P, questo taglia sull'asse una parabola P_α. Tutti i piani paralleli ad α tagliano sul paraboloide parabole uguali a P_α. I loro vertici descrivono una parabola P_β che giace su un piano β. Tutti i piani paralleli a β tagliano sul paraboloide parabole uguali a P_β. Dimostrare che per ogni punto di un paraboloide ellittico passa una e una sola parabola di entrambe le famiglie. Illustrare con una figura.

Esercizio 14. Come sono fatte le sezioni di un paraboloide ellittico con piani paralleli all'asse?

Esercizio 15. Come sono fatte le sezioni di un paraboloide ellittico con piani non paralleli all'asse?

Esercizio 16. Cos'è un ellissoide?

Esercizio 17. Cosa sono le sezioni piane di un ellissoide?

Esercizio 18. Quando un ellissoide è di rotazione? Perché?

Esercizio 19. Sia S una superficie, $C \subset S$ una curva contenuta nella superficie e $P \in C$ un punto. Cos'è la curvatura normale di C in S nel punto P?

Esercizio 20. Sia S una sfera di raggio R e $C \subset S$ una circonferenza di raggio r, ottenuta tagliando la sfera con un piano. Prendendo il versore normale diretto verso l'interno della sfera, calcolare la curvatura normale di C in un suo punto P.

Esercizio 21. Perché, data una curva C che giace su una superficie S, la sua curvatura normale in un suo punto P dipende solo dalla tangente in P?

Esercizio 22. Sappiamo che la curvatura normale di una circonferenza tagliata su una sfera dipende solo dal raggio della sfera. Cosa ne possiamo dedurre circa la curvatura normale di una qualsiasi curva sulla sfera?

Esercizio 23. Data una superficie di rotazione, calcolare la curvatura normale di un meridiano in un suo punto.

Esercizio 24. Data una superficie di rotazione, calcolare la curvatura normale di un parallelo in un suo punto.

Esercizio 25. Si illustri un esempio di superficie che contiene un punto P in cui le direzioni di minima e di massima curvatura non sono uniche. Spiegare perché questo non contraddice il teorema che ne afferma l'unicità.

Esercizio 26. Data un punto P di una superficie di rotazione, mostrare che le sue curvature principali sono le tangenti al meridiano e al parallelo.

Esercizio 27. Dopo aver ricordato la definizione di punto ellittico, dare un esempio di superficie i cui punti sono tutti ellittici.

Esercizio 28. Dopo aver ricordato la definizione di punto ellittico e di ombelico, dare un esempio di superficie i cui punti sono tutti ellittici e nessuno di essi è un ombelico.

Esercizio 29. Dopo aver ricordato la definizione di punto ellittico, dimostrare che tutti i punti di un paraboloide ellittico sono ellittici.

Esercizio 30. Dopo aver ricordato la definizione di punto planare, dare un esempio di punto planare in cui il piano tangente tocca la superficie in un solo punto.

Esercizio 31. Dopo aver ricordato la definizione di punto parabolico, dare un esempio di punto parabolico in cui il piano tangente tocca la superficie in un solo punto.

Esercizio 32. Dopo aver ricordato la definizione di punto planare, dare un esempio di punto planare P in cui il piano tangente taglia la superficie lungo una curva che presenta in P due archi che suddividono il piano tangente in 4 regioni.

Esercizio 33. Dopo aver ricordato la definizione di punto iperbolico, mostrare che tutti i punti di un paraboloide iperbolico sono iperbolici.

Esercizio 34. Dopo aver ricordato la definizione di punto planare, dare un esempio di punto planare P in cui il piano tangente taglia sulla superficie 3 rette.

Esercizio 35. Dopo aver ricordato la definizione di punto parabolico, dare un esempio di superficie in cui tutti i punti sono parabolici.

Esercizio 36. Dopo aver ricordato la definizione di ombelico, dire quali sono le superfici composte solo da ombelichi.

Esercizio 37. Dopo aver ricordato la definizione di ombelico, dare un esempio di superficie che possiede un ombelico, ma in cui non tutti i punti sono ombelichi.

Esercizio 38. Dopo aver ricordato la definizione della superficie detta toro, si determini quali punti di un toro $\mathcal{T}$ sono ellittici, iperbolici, parabolici o planari.

Esercizio 39. Dopo aver ricordato la definizione della superficie detta toro e di ombelico, si discuta se in un toro esistono ombelichi.

Esercizio 40. Dimostrare che il paraboloide a sella è una superficie rigata non cilindrica.

Esercizio 41. Dimostrare che il cono è una superficie rigata non cilindrica.

Esercizio 42. Dimostrare che nei punti della generatrice di un cono il piano tangente è sempre il medesimo.

Esercizio 43. Dimostrare che date due rette non parallele, esiste una e una sola retta perpendicolare ed incidente ad entrambe.

Esercizio 44. Dopo aver definito il punto centrale di una generatrice di una superficie rigata non cilindrica, dimostrare che il punto centrale di una generatrice di un cono il piano tangenteè il vertice del cono.

Esercizio 45. Un paraboloide iperbolico si costruisce a partire da due rette r_0 e s_0. Mostrare che se queste due rette sono ortogonali, allora la curva di stringimento del paraboloide è r_0 oppure s_0.

Esercizio 46. Dimostrare che il parametro di stringimento di un cono è nullo per tutte le generatrici.

Esercizio 47. Sia $\mathcal{E}$ un'elica, e $\mathcal{S}$ la superficie rigata data dall'unione delle tangenti di $\mathcal{E}$. Giustificare perché i punti di $\mathcal{E}$ sono esattamente i punti di $\mathcal{S}$ privi di piano tangente.

Esercizio 48. Dimostrare che date due rette sghembe r ed s esiste un'unica coppia di piani ρ e σ paralleli che contengono r e s rispettivamente.

Esercizio 49. Date le diagonali r ed s di due facce consecutive del cubo non incidenti fra loro, trovare la coppia di piani ρ e σ paralleli che contengono r e s rispettivamente.

Esercizio 50. Date le diagonali r ed s di due facce consecutive del cubo non incidenti fra loro, trovare la la retta perpendicolare ed incidente ad entrambe le rette.

Esercizio 51. Dato un cubo e tre spigoli tra loro a due a due sghembi, trovare le tre coppie di piani paralleli tra loro contenenti due degli spigoli.

Esercizio 52. Come si costruisce un paraboloide iperbolico?