

**Corso di laurea in Tecniche dell'edilizia**  
**Istituzioni di Analisi Matematica**  
**a.a. 2008/09 – compito finale – 31/08/09 (fila A)**

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

**Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.**

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

1. Si considerino la funzione  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$h(x, y) = \begin{cases} y & \text{se } y \geq 0 \\ 0 & \text{se } y < 0 \end{cases}$$

e l'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, -\sqrt{1-x^2} \leq y \leq 1 \right\}$$

(a) (2 punti) Disegnare  $D$ .

(b) ( $\pm 1$  punto)  $D$  è normale rispetto a  $x$ . (V) (F)

(c) ( $\pm 1$  punto)  $D$  è normale rispetto a  $y$ . (V) (F)

(d) (5 punti) Calcolare

$$\iint_D h(x, y) \, dx \, dy$$

2. Sia  $\varphi : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  la curva definita da

$$\varphi(t) = \left( -\frac{1}{2}t^2, t \right)$$

(a) (2 punti)  $\varphi'(t) =$

(b) ( $\pm 1$  punto)  $\varphi$  è regolare (V) (F)

(c) ( $\pm 1$  punto) Il supporto di  $\varphi$  è il grafico di una funzione pari (V) (F)

(d) ( $\pm 1$  punto) Il supporto di  $\varphi$  è il grafico di una funzione dispari (V) (F)

(e) (4 punti) Calcola la lunghezza di  $\varphi$ .

3. (a) (3 punti) Determinare le soluzioni stazionarie dell'equazione differenziale

$$u \cdot u' = \frac{(u^2)t}{t^2 + 1}.$$

(b) (3 punti) Determinare le soluzioni non stazionarie dell'equazione differenziale

$$u \cdot u' = \frac{(u^2)t}{t^2 + 1}.$$

(c) (3 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u \cdot u' = \frac{(u^2)t}{t^2 + 1} \\ u(1) = -2 \end{cases}$$

4. Sia  $f(x, y) = (xy - 1)(x + 1)$ .

(a) (1 punto) Il dominio di  $f$  è

$$\text{dom } f =$$

(b) (2 punti) Il gradiente di  $f$  è

$$\nabla f(x, y) =$$

(c) ( $\pm 1$  punto)  $f$  ammette punti stazionari (V) (F)

(d) (2 punti) La matrice Hessiana di  $f$  è

$$Hf(x, y) =$$

(e) (3 punti) Determinare la natura degli eventuali punti stazionari di  $f$ .

**Corso di laurea in Tecniche dell'edilizia**  
**Istituzioni di Analisi Matematica**  
**a.a. 2008/09 – compito finale – 31/08/09 (fila B)**

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

**Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.**

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

1. Si considerino la funzione  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$h(x, y) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

e l'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -2 \leq y \leq 2, -\sqrt{4-y^2} \leq x \leq 1 \right\}$$

(a) (2 punti) Disegnare  $D$ .

(b) ( $\pm 1$  punto)  $D$  è normale rispetto a  $x$ . (V) (F)

(c) ( $\pm 1$  punto)  $D$  è normale rispetto a  $y$ . (V) (F)

(d) (5 punti) Calcolare

$$\iint_D h(x, y) \, dx \, dy$$

2. Sia  $\varphi : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  la curva definita da

$$\varphi(t) = \left( t, \frac{1}{2}t^2 \right)$$

(a) (2 punti)  $\varphi'(t) =$

(b) ( $\pm 1$  punto)  $\varphi$  è regolare (V) (F)

(c) ( $\pm 1$  punto) Il supporto di  $\varphi$  è il grafico di una funzione pari (V) (F)

(d) ( $\pm 1$  punto) Il supporto di  $\varphi$  è il grafico di una funzione dispari (V) (F)

(e) (4 punti) Calcola la lunghezza di  $\varphi$ .

3. (a) (3 punti) Determinare le soluzioni stazionarie dell'equazione differenziale

$$t^2 \cdot u' = \frac{t(u^2 + 1)}{u}.$$

(b) (3 punti) Determinare le soluzioni non stazionarie dell'equazione differenziale

$$t^2 \cdot u' = \frac{t(u^2 + 1)}{u}.$$

(c) (3 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} t^2 \cdot u' = \frac{t(u^2 + 1)}{u} \\ u(1) = -2 \end{cases}$$

4. Sia  $f(x, y) = (x + y)(x^2 - 1)$ .

(a) (1 punto) Il dominio di  $f$  è

$$\text{dom } f =$$

(b) (2 punti) Il gradiente di  $f$  è

$$\nabla f(x, y) =$$

(c) ( $\pm 1$  punto)  $f$  ammette punti stazionari (V) (F)

(d) (2 punti) La matrice Hessiana di  $f$  è

$$Hf(x, y) =$$

(e) (3 punti) Determinare la natura degli eventuali punti stazionari di  $f$ .