□

Esercizi

Alberto Saracco

December 11, 2009

1 Numeri complessi

1.1 Esercizi

Esercizio 1.1 *Calcola il prodotto tra* $z = 1 + 2i$ *e il suo coniugato* $\overline{z}$.

Esercizio 1.2 *Calcola il prodotto tra* $z = 1 - i$ *e il suo coniugato* $\overline{z}$.

Esercizio 1.3 *Calcola il prodotto* $(1 - i) \cdot (-1 - i)$.

Esercizio 1.4 *Calcola il prodotto* $(1 + i) \cdot (2 - i)$.

Esercizio 1.5 *Calcola il prodotto* $(3i) \cdot (1 - i)$.

Esercizio 1.6 *Calcola il prodotto* $(3 - i)^2$.

Esercizio 1.7 *Metti in forma trigonometrica il numero* $z = 10 + 10i$.

Esercizio 1.8 *Metti in forma trigonometrica il numero* $z = 3 - 3i$.

Esercizio 1.9 *Metti in forma trigonometrica il numero* $z = 3i$.

Esercizio 1.10 *Metti in forma trigonometrica il numero* $z = 3 + 3\sqrt{3}i$.

Esercizio 1.11 *Scomponi in fattori di primo grado il polinomio* $z^2 + 2z + 1$.

Esercizio 1.12 *Scomponi in fattori di primo grado il polinomio* $z^2 + 2iz + i$.

Esercizio 1.13 *Scomponi in fattori di primo grado il polinomio* $z^3 + 2z^2 + z$.

Esercizio 1.14 *Scomponi in fattori di primo grado il polinomio* $z^2 + 2iz + 1$.

Esercizio 1.15 *Calcola le radici quarte di* 1.

Esercizio 1.16 *Calcola le radici quarte di* -1.

Esercizio 1.17 *Calcola le radici quarte di* i.

Esercizio 1.18 *Calcola le radici quarte di* $-i$.

1.2 Soluzioni (degli esercizi dispari)

Esercizio 1.1. Il prodotto tra un numero complesso e il suo coniugato è il quadrato del suo modulo. Pertanto $z \cdot \overline{z} = 1^2 + 2^2 = 5$.

Esercizio 1.3. -2.

Esercizio 1.5. $3 + 3i$.

Esercizio 1.7. $z = 10\sqrt{2}(\cos(\pi/4) + i\sin(\pi/4))$.

Esercizio 1.9. $z = 3(\cos(\pi/2) + i\sin(\pi/2))$.

Esercizio 1.11. $(z+1)^2$.

Esercizio 1.13. $z \cdot (z+1)^2$.

Esercizio 1.15. $1, i, -1, -i$.

Esercizio 1.17. Sono i numeri complessi di modulo 1 e argomento $\theta = \pi/8, 5\pi/8, 9\pi/8, 13\pi/8$.

2 Curve

2.1 Esercizi

Esercizio 2.1 *Quali tra le seguenti sono curve piane? Quelle che non lo sono, perchè non lo sono?*

1. $\varphi : [0,1] \to \mathbb{R}$, $\varphi(t) = t^3$;
2. $\varphi : [0,1] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (t, t^3)$;
3. $\varphi : [0,2\pi] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (3\cos t, -2\sin t)$;
4. $\varphi = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 2\}$;
5. $\varphi : \{-10\} \cup [-3,1] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (t, t-5)$;
6. $\varphi : [-2,2] \to \mathbb{R}^2$:
$$\varphi(t) = \{ \ (\ |t|, t^2 - 1)\text{se } t \leq 1(t, t-1)\text{se } t > 1$$
7. $\varphi : [-2,3] \to \mathbb{R}^2$:
$$\varphi(t) = \{ \ (\ |t|, t^2 - 1)\text{se } t \leq 2(3t-2, (t-1)^2)\text{se } t > 2$$

Esercizio 2.2 *Quali tra le seguenti sono curve? Quelle che non lo sono, perchè non lo sono?*

1. $\varphi : [-5,-4] \cup [-3,1] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (t, t + t^5)$;
2. $\varphi : [0,2] \to \mathbb{R}^3$, $\varphi(t) = (t, t^2, t^3)$;
3. $\varphi : [-2,2] \to \mathbb{R}^2$:
$$\varphi(t) = \{ \ (\ t^2 - 1, |t|) \text{ se } t \leq 1(t, t-1)\text{se } t > 1$$

4. $\varphi : [-2, 3] \to \mathbb{R}^2$:

$$\varphi(t) = \{ \; (\; |t|, t^2 - 1) \text{ se } t \leq 2(3t - 2, (t-1)^2 + 3)\text{se } t > 2$$

5. $\varphi : [0, 1] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (t, t^2 - t^3)$;

6. $\varphi : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (3\cos t - \sqrt{2}, -2t^2 + \sin t)$;

7. $\varphi = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 0\}$;

8. $\varphi : [-100, 2] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(z) = (0, 0)$.

Esercizio 2.3 *Quali delle curve dell'esercizio 1 sono regolari?*

Esercizio 2.4 *Quali delle curve dell'esercizio 2 sono regolari?*

Esercizio 2.5 *Calcola il vettore tangente quando il parametro assume valore* $\frac{1}{2}$*, in tutte le curve dell'esercizio 1 in cui è possibile.*

Esercizio 2.6 *Calcola il vettore tangente quando il parametro assume valore* $\frac{1}{2}$*, in tutte le curve dell'esercizio 2 in cui è possibile.*

Esercizio 2.7 *Quali delle curve dell'esercizio 1 sono chiuse? Quali sono semplici?*

Esercizio 2.8 *Quali delle curve dell'esercizio 2 sono chiuse? Quali sono semplici?*

Esercizio 2.9 *Qual'è il supporto delle seguenti curve?*

1. $\varphi : [0, \pi] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (\cos t, 2\sin t)$;

2. $\varphi : [-3, 3] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (t^3, t - 1)$;

3. *delle curve dell'esercizio 1;*

4. *delle curve dell'esercizio 2.*

Esercizio 2.10 *Trova delle curve con il seguente supporto:*

1. $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2x + y^2 = 0\}$;

2. $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^3 - 1, \; -1 \leq y \leq 1\}$;

3. *una curva semplice e chiusa con supporto che contiene l'origine;*

4. $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 0, 5 \leq y \leq 100\}$.

Esercizio 2.11 *Trova la lunghezza delle seguenti curve:*

1. $\varphi : [\pi, 4\pi] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (3 + 2\cos(2t), 1 - 2\sin(2t))$;

2. $\varphi : [\pi, 4\pi] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (3\pi, 2t^3)$;

3. $\varphi : [-1,1] \to \mathbb{R}^2$, $\varphi(t) = (e^t + e^{-t}, 2t)$.

Esercizio 2.12 *Disegna il supporto e il verso di percorrenza della seguente curva definita a pezzi:*
per $0 \le t \le 1$, $\varphi(t) = (t, t^2)$*;*
per $1 \le t \le 3$, $\varphi(t) = (t^2, t)$*;*
per $3 \le t \le 9$, $\varphi(t) = (12 - t, 3)$*;*
per $9 \le t \le 9 + \frac{3}{2}\pi$, $\varphi(t) = (3\cos(t-9), 3 + 3\sin(t-9))$.
φ *è una curva chiusa? È una curva semplice?*

2.2 Soluzioni (degli esercizi dispari)

Esercizio 2.1. Sono curve quelle definite in (2), (3), (6).
In (1) φ non è una funzione a valori nel piano $\mathbb{R}^2$.
In (4) φ è un sottoinsieme, non una funzione.
In (5) il dominio di φ non è un intervallo.
In (7) φ non è continua.

Esercizio 2.3. Sono regolari la (2) e la (3). La (6) non è derivabile in $t = 0$ e in $t = 1$.

Esercizio 2.5. (2) $\varphi'(\frac{1}{2}) = (1, \frac{3}{4})$.
(3) $\varphi'(\frac{1}{2}) = (-3\sin(\frac{1}{2}), -2\cos(\frac{1}{2}))$.
(6) $\varphi'(\frac{1}{2}) = (1, 1)$

Esercizio 2.7. Solo la (3) è chiusa. La (2) e la (3) sono semplici.

Esercizio 2.9. 1. Il supporto è un semi-ellisse:

$$S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + y^2 = 4,\ y \ge 0\}.$$

2. Il supporto è:

$$S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = (y+1)^3,\ -4 \le y \le 2\}.$$

Esercizio 2.11. 1. La lunghezza è 12π.
2. La lunghezza è $126\pi^3$.
3. La lunghezza è $2e - \frac{2}{e}$.

3 Equazioni differenziali

3.1 Esercizi

Esercizio 3.1 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u''(t) - 2u'(t) + u(t) = t^2,$$

$u(0) = 0$, $u'(0) = -1$.

Esercizio 3.2 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u''(t) + u'(t) - u(t) = t2,$$

$u(0) = 1$, $u'(0) = 1$.

Esercizio 3.3 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$4u''(t) - 4u'(t) + u(t) = e^{\frac{1}{2}t},$$

$u(0) = 0$, $u'(0) = 0$.

Esercizio 3.4 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u''(t) + 6u'(t) + 9u(t) = te^{t},$$

$u(0) = 0$, $u'(0) = 0$.

Esercizio 3.5 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u'(t) + u(t) = t^2,$$

$u(0) = 1$.

Esercizio 3.6 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u'(t) + 2tu(t) = e^{-t^2},$$

$u(0) = 1$.

Esercizio 3.7 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$tu'(t) + u(t) = t^3,$$

$u(1) = 2$.

Esercizio 3.8 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$tu'(t) + 2u(t) = t,$$

$u(1) = 1$.

Esercizio 3.9 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u'(t) = (t^2 + t)u,$$

$u(0) = 1$.

Esercizio 3.10 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u'(t) = (t^2 - t)u,$$

$u(0) = 1$.

Esercizio 3.11 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u'(t) = (t^2 - t)u^2,$$

$u(0) = 1.$

Esercizio 3.12 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u'(t) = (t^2 - t)(u^2 - u),$$

$u(0) = 1.$

Esercizio 3.13 *Risolvi il seguente problema di Chauchy:*

$$u'(t) = (t^2 - t)(u^2 + u),$$

$u(0) = 1.$

3.2 Soluzioni (degli esercizi dispari)

Esercizio 3.1. $u(t) = (t - 6)e^t + t^2 + 4t + 6.$
Esercizio 3.3. $u(t) = \frac{1}{8}t^2 e^{\frac{1}{2}t}.$
Esercizio 3.5. $u(t) = -e^{-t} + t^2 - 2t + 2.$
Esercizio 3.7. $u(t) = \frac{7}{4}\frac{1}{t} + \frac{1}{4}t^3.$
Esercizio 3.9.

$$u(t) = e^{t^3/3}e^{t^2/2}$$

Esercizio 3.11.

$$u(t) = \frac{6}{6 - 3t^2 + 2t^3}$$

Esercizio 3.13.

$$u(t) = \frac{e^{\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2}}}{2 - e^{\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2}}}$$

4 Funzioni di due variabili: gradienti e differenziali

4.1 Esercizi

Esercizio 4.1 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = 3x^5y - 10x^3y + 15xy$$

1. *f è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto $(x_0, y_0) = (1, 1)$;*
3. *quali sono i punti stazionari di f?*

4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.2 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = |xy|$$

1. f *è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto* $(x_0, y_0) = (1, 1)$*;*
3. *quali sono i punti stazionari di* f*?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.3 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = 3x^5y^2 - 10x^3y^2 + 15xy^2$$

1. f *è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto* $(x_0, y_0) = (1, 1)$*;*
3. *quali sono i punti stazionari di* f*?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.4 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = x^2 - 10xy + y^2$$

1. f *è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto* $(x_0, y_0) = (0, 2)$*;*
3. *quali sono i punti stazionari di* f*?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.5 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 12xy$$

1. f *è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto* $(x_0, y_0) = (1, 0)$*;*

3. *quali sono i punti stazionari di f?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.6 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = x^6 + y^6$$

1. *f è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto $(x_0, y_0) = (0, 0)$;*
3. *quali sono i punti stazionari di f?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.7 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 15xy + 300$$

1. *f è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto $(x_0, y_0) = (10, 10)$;*
3. *quali sono i punti stazionari di f?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.8 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = e^{x^2 - xy}$$

1. *f è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto $(x_0, y_0) = (1, 1)$;*
3. *quali sono i punti stazionari di f?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.9 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$$

1. *f è differenziabile?*

2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto* $(x_0, y_0) = (1, 1)$*;*
3. *quali sono i punti stazionari di* f*?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.10 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = x^2y^2 - 100$$

1. f *è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto* $(x_0, y_0) = (1, 1)$*;*
3. *quali sono i punti stazionari di* f*?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

Esercizio 4.11 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$$

1. f *è differenziabile?*
2. *trova l'equazione del piano tangente nel punto* $(x_0, y_0) = (1, 1)$*;*
3. *quali sono i punti stazionari di* f*?*
4. *quali sono i punti di massimo e minimo relativo?*
5. *(facoltativo) quali sono i punti di massimo e minimo assoluto?*

4.2 Soluzioni (degli esercizi dispari)

Esercizio 4.1.

1. f è differenziabile.
2. $z = 8y$;
3. $(0, 0)$ è l'unico punto stazionario.
4. Non ci sono punti di massimo o minimo relativo. $(0, 0)$ è punto di sella.
5. Non ci sono punti di massimo o minimo assoluto.

Esercizio 4.3.

1. f è differenziabile.

2. $z = 16y - 8$;
3. $(0,0)$ e $(1,0)$.
4. Il test del determinante hessiano fallisce. Con un'analisi più approfondita si scopre che non ci sono minimi e massimi relativi.
5. Non ci sono punti di massimo o minimo assoluto.

Esercizio 4.5.

1. f è differenziabile.
2. $z = 3x - 12y + 10$;
3. $(0,0)$ e $(4,4)$.
4. $(4,4)$ è punto di minimo relativo. $(0,0)$ è punto di sella.
5. Non ci sono punti di massimo o minimo assoluto.

Esercizio 4.7.

1. f è differenziabile.
2. $z = 170x + 170y - 1400$;
3. $(0,0)$ è l'unico punto stazionario.
4. Non ci sono punti di massimo o minimo relativo. $(0,0)$ è punto di sella.
5. Non ci sono punti di massimo o minimo assoluto.

Esercizio 4.9.

1. f è differenziabile.
2. $z = 2x + 2y - 3$;
3. $(0,0)$ è l'unico punto stazionario.
4. Non ci sono punti di massimo o minimo relativo. $(0,0)$ è punto di sella.
5. Non ci sono punti di massimo o minimo assoluto.

Esercizio 4.11.

1. f è differenziabile.
2. $2z = y$;
3. Non ci sono punti stazionari.
4. Non ci sono punti di massimo o minimo relativo.
5. Non ci sono punti di massimo o minimo assoluto.

5 Integrali in due variabili

5.1 Esercizi

Esercizio 5.1 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = e^{x+y}$$

1. *La funzione* f *è integrabile sul rettangolo* $Q = [0, 2] \times [0, 1]$*?*
2. *Calcola l'integrale di* f *su* Q *riducendo per verticali;*
3. *Calcola l'integrale di* f *su* Q *riducendo per orizzontali.*

Esercizio 5.2 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = 3x^5y^2 - 10x^3y^2 + 15xy^2$$

1. *La funzione* f *è integrabile sul quadrato* $Q = [0, 1] \times [0, 1]$*?*
2. *Calcola l'integrale di* f *su* Q *riducendo per verticali;*
3. *Calcola l'integrale di* f *su* Q *riducendo per orizzontali.*

Esercizio 5.3 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = y \log(1 + x)$$

1. *La funzione* f *è integrabile sul rettangolo* $Q = [0, 2] \times [0, 3]$*?*
2. *Calcola l'integrale di* f *su* Q *riducendo per verticali;*
3. *Calcola l'integrale di* f *su* Q *riducendo per orizzontali.*

Esercizio 5.4 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = \frac{x^2}{1 + y}$$

1. *La funzione* f *è integrabile sul rettangolo* $Q = [0, 2] \times [0, 1]$*?*
2. *Calcola l'integrale di* f *su* Q *riducendo per verticali;*
3. *Calcola l'integrale di* f *su* Q *riducendo per orizzontali.*

Esercizio 5.5 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = \frac{x + y}{1 + xy}$$

1. *La funzione* f *è integrabile sul rettangolo* $Q = [0, 1] \times [0, 1]$*?*
2. *Calcola l'integrale di* f *su* Q *riducendo per verticali;*

3. *Calcola l'integrale di f su Q riducendo per orizzontali.*

Esercizio 5.6 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = xy$$

1. *La funzione f è integrabile sul triangolo T di vertici $(0, 1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$?*
2. *Calcola l'integrale di f su T riducendo per verticali;*
3. *Calcola l'integrale di f su T riducendo per orizzontali.*

Esercizio 5.7 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = x$$

1. *La funzione f è integrabile sul disco D di centro l'origine e raggio 1?*
2. *Calcola l'integrale di f su D;*
3. *C'è un modo immediato per dire quanto fa l'integrale di f su D?*

Esercizio 5.8 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = y$$

1. *La funzione f è integrabile sul quarto di disco (nel primo quadrante) D di centro l'origine e raggio 1?*
2. *Calcola l'integrale di f su D.*

Esercizio 5.9 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = x + y$$

1. *La funzione f è integrabile sul quadrato Q di vertici $(1, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, -1)$, $(-1, 1)$?*
2. *Calcola l'integrale di f su Q.*
3. *C'è un modo immediato per dire quanto fa l'integrale di f su D?*

Esercizio 5.10 *Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita da*

$$f(x, y) = x^2 + y$$

1. *La funzione f è integrabile sul quadrato Q di vertici $(1, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, -1)$, $(-1, 1)$?*
2. *Calcola l'integrale di f su Q.*

Esercizio 5.11 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = x^2 y$$

1. *La funzione* f *è integrabile sul quadrato* Q *di vertici* $(1, 1)$, $(1, -1)$, $(-1, -1)$, $(-1, 1)$*?*

2. *Calcola l'integrale di* f *su* Q.

3. *C'è un modo immediato per dire quanto fa l'integrale di* f *su* D*?*

Esercizio 5.12 *Sia* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *la funzione definita da*

$$f(x, y) = x - y^2$$

1. *La funzione* f *è integrabile sul quadrilatero* Q *di vertici* $(1, 1)$, $(2, -1)$, $(3, 1)$, $(2, 0)$*?*

2. *Calcola l'integrale di* f *su* Q.

5.2 Soluzioni degli esercizi dispari

Esercizio 5.1. L'integrale di f su Q è $e^3 - e^2 - e + 1$.

Esercizio 5.3. L'integrale di f su Q è $\frac{9}{2}(3 \log 3 - 2)$.

Esercizio 5.5. L'integrale di f su Q è $4 \log 2 - 2$.

Esercizio 5.7. L'integrale di f su D è 0... infatti D è simmetrico rispetto ad $\{x = 0\}$ e f è dispari rispetto ad x, quindi...

Esercizio 5.9. L'integrale di f su Q è 0.

Esercizio 5.11. L'integrale di f su Q è 0.