Cognome Nome matr.

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 – 16 feb 2011 – II scritto

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio**.

valutazione

1. (**4 punti**) Trova la tabella di verità per la proposizione $non(A \vee B) \Rightarrow (non(B \wedge nonA))$, al variare dei valori di verità delle proposizioni A, B.

2. Considera la relazione (A, A, R) data da $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \exists n \in \mathbb{N}\ \ n > 50,\ nx = 1000\}$.

$$R = \left\{(n, m) \in A^2 \mid nm < 400\right\}$$

Disegna il diagramma sagittale della relazione (**2 punti**) e dimostra se è una relazione d'equivalenza (**3 punti**)

3. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} y+z+t=1 \\ x+y+2z+2t=2 \\ y+t+2x+3z=3 \\ y+2t+3x+4z=4 \end{cases}$$

(a) (± 1 **punto**) Il sistema ammette una e una sola soluzione. **(V) (F)**

(b) (**4 punti**) Risolvi il sistema.

(c) (± 1 **punto**) Il sistema omogeneo associato ammette soluzioni non banali. **(V) (F)**

(d) (**3 punti**) Risolvi il sistema omogeneo associato.

4. (**2 punti**) I vettori $v = (0, 1)$, $w = (3, 2)$ e $u = (1, -1)$ di $\mathbb{R}^2$ sono linearmente indipendenti?

5. (**2 punti**) Dati $v = (9, 4, 2)$ e $w = (9, 4, 3)$, calcola $v \cdot w$ e $v \wedge v$.

6. (± 1 **punto**) Tre vettori qualsiasi $v, w, u \in \mathbb{R}^2$ sono sempre linearmente indipendenti. **(V)** **(F)**

7. (± 1 **punto**) Tre vettori qualsiasi $v, w, u \in \mathbb{R}^2$ sono sempre linearmente dipendenti. **(V)** **(F)**

8. (**2 punti**) Calcola il rango della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 9 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

9. (**2 punti**) Sia $x + y + 2z = 4$ l'equazione del piano α_1 e $2x + y + z = 4$ l'equazione del piano α_2. Trova l'equazione parametrica dell'intersezione $\alpha_1 \cap \alpha_2$. Chiama questa retta r_1

10. (**2 punti**) Trova l'equazione del piano α_3 perpendicolare alla retta r_1 passante per il punto $A = (-1, 4, -1)$.

11. (**2 punti**) Trova l'equazione parametrica dell'intersezione $r_2 = \alpha_1 \cap \alpha_3$.

12. (**2 punti**) Trova l'equazione del piano α_4 parallelo a r_1 e a r_2 passante per l'origine.

13. (**1 punto**) Qual è l'intersezione $\alpha_1 \cap \alpha_2 \cap \alpha_3 \cap \alpha_4$?