

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - II compitino – fila 0

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

valutazione

1. Considera le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) (**4 punti**) Qual è il rango per righe di A ? Qual è il rango per colonne di B ?

(b) (**4 punti**) Qual è la caratteristica di $A + B$?

(c) (**± 1 punto**) Se A e B sono due matrici conformi per la somma, $rk(A+B) = rk(A) + rk(B)$.
(V) (F)

2. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y + z = 5 \\ x + z = 4 \\ 2x - y + 2z = 9 \end{cases}$$

(a) (**±1 punto**) Il sistema lineare ammette una e una sola soluzione. **(V)** **(F)**

(b) (**4 punti**) Trova la soluzione generale del sistema

(c) (**±1 punto**) Il sistema omogeneo associato ammette soluzioni non banali. **(V)** **(F)**

(d) (**3 punti**) Trova la soluzione generale del sistema omogeneo associato.

3. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - 3y + z = 2 \\ x + z = 3 \\ 2x - y + 4z = 4 \end{cases}$$

(a) (**3 punti**) Scrivi le matrici (completa e incompleta) associate al sistema.

(b) (**5 punti**) Riduci a scala le due matrici

(c) (± 1 **punto**) Il sistema ammette soluzioni. (**V**) (**F**)

4. (a) (**3 punti**) Trova l'equazione della retta passante per i punti $A = (3, 4)$ e $B = (7, 0)$.

(b) (**4 punti**) Trova l'equazione del piano α passante per i punti $(1, 1, 0)$, $(3, 4, 0)$ e $(2, 1, 0)$; e del piano β passante per il punto $(1, 1, 0)$ perpendicolare al vettore $\mathbf{v} = (1, 1, 0)$.

(c) (**2 punti**) Trova l'intersezione $\alpha \cap \beta$.

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - II compitino – fila A

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

valutazione

1. Considera le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) **(4 punti)** Qual è il rango per righe di A ? Qual è la caratteristica di B ?

(b) **(4 punti)** Qual è il rango per colonne di $A + B$?

(c) **(± 1 punto)** Se A e B sono due matrici conformi per la somma, $rk(A+B) \leq \max(rk(A), rk(B))$.
(V) (F)

2. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z + t & = & -1 \\ x - t + z & = & 5 \\ x + z + 2t & = & 4 \\ 2x - 2y + z - t & = & 1 \end{cases}$$

(a) (**±1 punto**) Il sistema lineare ammette una e una sola soluzione. **(V)** **(F)**

(b) (**4 punti**) Trova la soluzione generale del sistema

(c) (**±1 punto**) Il sistema omogeneo associato ammette soluzioni non banali. **(V)** **(F)**

(d) (**3 punti**) Trova la soluzione generale del sistema omogeneo associato.

3. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 2y + z & = 1 \\ x - 3y + 3z & = 2 \\ x + z & = 3 \\ 2x - y + 4z + t & = 1 \\ t - x & = 0 \end{cases}$$

(a) (**3 punti**) Scrivi le matrici (completa e incompleta) associate al sistema.

(b) (**5 punti**) Riduci a scala le due matrici

(c) (± 1 **punto**) Il sistema ammette soluzioni. (**V**) (**F**)

4. (a) (**3 punti**) Trova l'angolo tra i vettori $\mathbf{v} = (3, -5, 4)$ e $\mathbf{w} = (-5, 7, 0)$.

(b) (**4 punti**) Trova l'equazione del piano α passante per i punti $(1, 3, 1)$, $(3, 0, 0)$ e $(2, 1, 0)$; e del piano β passante per il punto $(1, 1, 1)$ perpendicolare al vettore $\mathbf{v} = (2, 1, 0)$.

(c) (**2 punti**) Trova l'intersezione $\alpha \cap \beta$ in forma parametrica. Cos'è l'intersezione?

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - II compitino – fila B

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

valutazione

1. Considera le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 2 \\ 2 & 7 & 3 \\ 5 & 7 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) (**4 punti**) Qual è il rango per righe di A ? Qual è il rango per colonne di B ?

(b) (**4 punti**) Qual è la caratteristica di AB ?

(c) (± 1 **punto**) Se A e B sono due matrici quadrate dello stesso ordine, $rk(AB) = rk(A) \cdot rk(B)$. (**V**) (**F**)

2. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z - t = 0 \\ x - y + z - t = 1 \\ x + z - t = 2 \\ 2x - y + 2z - 2t = 3 \end{cases}$$

(a) (**±1 punto**) Il sistema lineare ammette una e una sola soluzione. **(V)** **(F)**

(b) (**4 punti**) Trova la soluzione generale del sistema

(c) (**±1 punto**) Il sistema omogeneo associato ammette soluzioni non banali. **(V)** **(F)**

(d) (**3 punti**) Trova la soluzione generale del sistema omogeneo associato.

3. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 7 \\ x - 3y + 2z = 0 \\ x + 2z - y = 2 \\ 2x + 4z = 6 \end{cases}$$

(a) (**3 punti**) Scrivi le matrici (completa e incompleta) associate al sistema.

(b) (**5 punti**) Riduci a scala le due matrici

(c) (± 1 **punto**) Il sistema ammette soluzioni. (**V**) (**F**)

4. (a) (**2 punti**) Dati i vettori $\mathbf{v} = (1, 2, 4)$ e $\mathbf{w} = (-4, 2, 1)$, calcola $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w}$ e $\mathbf{v} \wedge \mathbf{w}$.
- (b) (**4 punti**) Trova l'equazione del piano α passante per i punti $(1, 1, 2)$, $(3, 4, 2)$ e $(1, 2, 0)$; e del piano β passante per il punto $(3, 1, 0)$ parallelo ai vettore $\mathbf{u} = (1, 1, 0)$ e $\mathbf{w} = (-4, 2, 1)$.
- (c) (**3 punti**) Trova l'intersezione $\alpha \cap \beta$ in forma parametrica. Che insieme è?

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - II compitino – fila C

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

valutazione

1. Considera le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & 2 \\ 2 & -7 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix} .$$

(a) (**4 punti**) Qual è il rango per righe di A ? Qual è il rango per colonne di B ?

(b) (**4 punti**) Qual è la caratteristica di AB ?

(c) (± 1 **punto**) Se A e B sono due matrici quadrate dello stesso ordine, $rk(AB) \leq rk(A) \cdot rk(B)$. (**V**) (**F**)

2. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} x - t & = & 0 \\ x + z - t & = & 1 \\ x + y - z - t & = & 0 \\ 2x - 2z - 2t & = & -2 \end{cases}$$

(a) (**±1 punto**) Il sistema lineare ammette una e una sola soluzione. **(V)** **(F)**

(b) (**4 punti**) Trova la soluzione generale del sistema

(c) (**±1 punto**) Il sistema omogeneo associato ammette soluzioni non banali. **(V)** **(F)**

(d) (**3 punti**) Trova la soluzione generale del sistema omogeneo associato.

3. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 7 \\ x - 3y + 6z = 3 \\ 2x + 2z - y = 2 \end{cases}$$

(a) (**3 punti**) Scrivi le matrici (completa e incompleta) associate al sistema.

(b) (**3 punti**) Riduci a scala la matrice incompleta.

(c) (± 1 **punto**) La matrice incompleta è invertibile. (**V**) (**F**)

(d) (**2 punti**) Trova l'inversa della matrice incompleta o spiega perchè non è invertibile.

4. (a) (**2 punti**) Dati i vettori $\mathbf{v} = (1, -2, 4)$ e $\mathbf{w} = (-4, -2, 1)$, calcola $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w}$ e $\mathbf{v} \wedge \mathbf{w}$.

(b) (**4 punti**) Trova l'equazione del piano α passante per i punti $(-1, 1, 2)$, $(3, -4, 2)$ e $(1, 2, 0)$; e del piano β passante per il punto $(-3, 1, 0)$ parallelo ai vettore $\mathbf{u} = (1, -1, 0)$ e $\mathbf{w} = (-6, 2, 1)$.

(c) (**3 punti**) Trova l'intersezione $\alpha \cap \beta$ in forma parametrica. Che insieme è?

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - II compitino – fila D

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

valutazione

1. Considera le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 5 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) (**4 punti**) Qual è il rango per righe di A ? Qual è la caratteristica di B ?

(b) (± 1 **punto**) La matrice A e la matrice B sono invertibili. (**V**) (**F**)

(c) (**4 punti**) Trova le inverse delle matrici A e B o spiega perchè non sono invertibili.

2. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y & = 2 \\ x + z & = 3 \\ x + t & = 4 \\ x + y + z + t & = 6 \end{cases}$$

(a) (**±1 punto**) Il sistema lineare ammette una e una sola soluzione. **(V)** **(F)**

(b) (**4 punti**) Trova la soluzione generale del sistema

(c) (**±1 punto**) Il sistema omogeneo associato ammette soluzioni non banali. **(V)** **(F)**

(d) (**3 punti**) Trova la soluzione generale del sistema omogeneo associato.

3. Considera il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x + 3y + z & = 1 \\ 2x - 3y + 3z & = 0 \\ x + 2z & = 0 \\ 2x - y + 4z + 3t & = 1 \\ t - x & = 0 \end{cases}$$

(a) (**3 punti**) Scrivi le matrici (completa e incompleta) associate al sistema.

(b) (**5 punti**) Riduci a scala le due matrici

(c) (± 1 **punto**) Il sistema ammette soluzioni. (**V**) (**F**)

4. (a) (**3 punti**) Trova l'equazione della retta passante per i punti $A = (3, 5, 4)$ e $B = (5, 7, 0)$.

(b) (**4 punti**) Trova l'equazione del piano α passante per i punti $(1, 3, 1)$, $(3, 1, 3)$ e $(2, 0, 0)$; e del piano β passante per il punto $(1, 0, 1)$ perpendicolare al vettore $\mathbf{u} = (3, 1, 3)$.

(c) (**2 punti**) Trova l'intersezione $\alpha \cap \beta$ in forma parametrica. Cos'è l'intersezione?