

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - I compitino – fila 0

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

valutazione

1. Siano A e B due proposizioni.

(a) (**4 punti**) Trova la tabella di verità per la proposizione $(A \vee B) \Rightarrow (A \wedge B)$.

(b) (**4 punti**) Le due proposizioni $A \Rightarrow ((non A) \vee B)$ e $A \Rightarrow (A \wedge B)$ sono logicamente equivalenti?

(c) (**4 punti**) Le due proposizioni $(A \vee B) \Rightarrow ((non A) \vee B)$ e $(A \Rightarrow non A) \vee B$ sono logicamente equivalenti?

2. Considera gli insiemi A dei numeri naturali pari strettamente minori di 10, B dei numeri naturali dispari strettamente minori di 10, C l'insieme dei numeri naturali minori di 10 che sono quadrati perfetti e $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ come insieme universale.

(a) (**3 punti**) Disegna i 4 insiemi tramite un diagramma di Venn.

(b) (**±1 punto**) $A \cup B = U$. (**V**) (**F**)

(c) (**±1 punto**) $A \cap B = \emptyset$. (**V**) (**F**)

(d) (**±1 punto**) $A \cup C = A$. (**V**) (**F**)

(e) (**±1 punto**) $C_U^c = A$. (**V**) (**F**)

(f) (**±1 punto**) $B_U^c = A$. (**V**) (**F**)

(g) (**±1 punto**) $B \cap C \subseteq A \cup C$. (**V**) (**F**)

(h) (**3 punti**) Dimostra o confuta con un controesempio il fatto che qualunque siano gli insiemi D, E, F si ha $D \cup E \supseteq D \cap F$.

3. Considera la relazione (A, A, R) data da $A = \{1, 2, 3, 4, 9\}$,

$$R = \left\{ (x, y) \in A^2 \mid \exists n \in \mathbb{N} \text{ t.c. } \frac{x}{y} = n^2 \right\}.$$

(a) (**4 punti**) Disegna il diagramma sagittale della relazione.

(b) (**4 punti**) È una relazione d'ordine? Perché?

(c) (**4 punti**) È una relazione d'ordine totale? Perché?

4. Considera le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & -12 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) (**4 punti**) Calcola il determinante di A e il determinante di B .

(b) (**4 punti**) Calcola il determinante di AB .

(c) (± 1 **punto**) Le righe di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(d) (± 1 **punto**) Le colonne di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(e) (± 1 **punto**) Le righe di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(f) (± 1 **punto**) Le colonne di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - I compitino – fila 1

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

valutazione

1. Siano A e B due proposizioni.

(a) (**4 punti**) Trova la tabella di verità per la proposizione $(A \underline{\vee} B) \Leftrightarrow (A \wedge B)$ ($\underline{\vee}$ è la “o disgiuntiva” o “xor”).

(b) (**4 punti**) Le due proposizioni $(\text{non } A) \Rightarrow ((\text{non } A) \vee B)$ e $(\text{non } A) \Rightarrow (A \wedge B)$ sono logicamente equivalenti?

2. Considera gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < n < 9\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 10, 2n > 7\}$, $C = A \cup B \cup \{0, 1, 2\}$ l'insieme dei numeri naturali minori di 10 che sono quadrati perfetti e $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ come insieme universale.

(a) (**3 punti**) Disegna i 4 insiemi tramite un diagramma di Venn.

(b) (**± 1 punto**) $A \cup B = U$. (**V**) (**F**)

(c) (**± 1 punto**) $A \cap C = A$. (**V**) (**F**)

3. Considera la relazione (A, B, R) data da $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{0, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$

$$R = \{(x, y) \in A^2 \mid xy = 60\} .$$

(a) (**2 punti**) Disegna il diagramma sagittale della relazione.

(b) (**2 punti**) È una funzione? Perché?

(c) (**3 punti**) È una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva? Perché?

4. Considera le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ -1 & -2 & 0 & 8 \\ 2 & 4 & -12 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 \\ -2 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) (**6 punti**) Calcola il determinante di A e il determinante di B .

(b) (**2 punti**) Calcola il determinante di AB .

(c) (**4 punti**) Calcola il determinante di $A + B$.

(d) (± 1 **punto**) Le righe di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(e) (± 1 **punto**) Le colonne di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(f) (± 1 **punto**) Le righe di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(g) (± 1 **punto**) Le colonne di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - I compitino – fila A

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

1. Siano A e B due proposizioni.

(a) (**4 punti**) Trova la tabella di verità per la proposizione $(A \Rightarrow B) \underline{\vee} (B \Rightarrow A)$ ($\underline{\vee}$ è la “o disgiuntiva” o “xor”).

(b) (**4 punti**) Le due proposizioni *non* $(A \Rightarrow (A \vee B))$ e $(\text{non } A) \Rightarrow (A \vee B)$ sono logicamente equivalenti?

2. Considera gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < n < 5\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 < n < 4\}$, $C = \{\frac{n}{m} \mid n \in A, m \in B\}$.

(a) (**3 punti**) Disegna i 3 insiemi tramite un diagramma di Venn.

(b) (**±1 punto**) $A \cup B \subseteq C$. (**V**) (**F**)

(c) (**±1 punto**) $A \subseteq C$. (**V**) (**F**)

3. Considera la relazione (A, A, R) data da $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

$$R = \{(x, y) \in A^2 \mid 2x + y \text{ è multiplo di } 10\}.$$

(n.b. 0 è multiplo di 10)

(a) (**2 punti**) Disegna il diagramma sagittale della relazione.

(b) (**2 punti**) È una funzione? Perché?

(c) (**3 punti**) È una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva? Perché?

4. Considera le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & -1 \\ -4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) (**6 punti**) Calcola il determinante di A e il determinante di B .

(b) (**2 punti**) Calcola il determinante di AB .

(c) (**4 punti**) Calcola il determinante di $A + B$.

(d) (± 1 **punto**) Le righe di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(e) (± 1 **punto**) Le colonne di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(f) (± 1 **punto**) Le righe di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(g) (± 1 **punto**) Le colonne di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - I compitino – fila B

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

1. Siano A e B due proposizioni.

(a) (**4 punti**) Trova la tabella di verità per la proposizione $(A \underline{\vee} B) \Leftrightarrow ((\text{non } B) \underline{\vee} (\text{non } A))$ ($\underline{\vee}$ è la "o disgiuntiva" o "xor").

(b) (**4 punti**) Le due proposizioni $\text{non } ((A \vee B) \Rightarrow A)$ e $(A \vee B) \Rightarrow (\text{non } A)$ sono logicamente equivalenti?

2. Considera gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < n < 5\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 < n < 4\}$, $C = \{\frac{m}{n} \mid n \in A, m \in B\}$.

(a) (**3 punti**) Disegna i 3 insiemi tramite un diagramma di Venn.

(b) (**±1 punto**) $A \cup B \subseteq C$. (**V**) (**F**)

(c) (**±1 punto**) $B \subseteq C$. (**V**) (**F**)

3. Considera la relazione (A, A, R) data da $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

$$R = \{(x, y) \in A^2 \mid x + 2y \text{ è multiplo di } 10\}.$$

(n.b. 0 è multiplo di 10)

(a) (**2 punti**) Disegna il diagramma sagittale della relazione.

(b) (**3 punti**) È una funzione? Perché?

(c) (**2 punti**) È una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva? Perché?

4. Considera le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -1 \\ -3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) (**6 punti**) Calcola il determinante di A e il determinante di B .

(b) (**2 punti**) Calcola il determinante di AB .

(c) (**4 punti**) Calcola il determinante di $A + B$.

(d) (± 1 **punto**) Le righe di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(e) (± 1 **punto**) Le colonne di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(f) (± 1 **punto**) Le righe di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(g) (± 1 **punto**) Le colonne di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - I compitino – fila C

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

1. Siano A e B due proposizioni.

(a) (**4 punti**) Trova la tabella di verità per la proposizione $(A \vee B) \Leftrightarrow ((\text{non } B) \vee (\text{non } A))$.

(b) (**4 punti**) Le due proposizioni $\text{non } ((A \underline{\vee} B) \Rightarrow A)$ e $(A \underline{\vee} B) \Rightarrow (\text{non } A)$ sono logicamente equivalenti? ($\underline{\vee}$ è la “o disgiuntiva” o “xor”)

2. Considera gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < n < 5\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 < n < 4\}$, $C = \{m+n-1 \mid n \in A, m \in B\}$.

(a) (**3 punti**) Disegna i 3 insiemi tramite un diagramma di Venn.

(b) (**±1 punto**) $A \cup B \subseteq C$. (**V**) (**F**)

(c) (**±1 punto**) $B \subseteq C$. (**V**) (**F**)

3. Considera la relazione (A, A, R) data da $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

$$R = \{(x, y) \in A^2 \mid x - 2y + 8 \text{ è multiplo di } 10\} .$$

(n.b. 0 è multiplo di 10)

(a) (**2 punti**) Disegna il diagramma sagittale della relazione.

(b) (**3 punti**) È una funzione? Perché?

(c) (**2 punti**) È una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva? Perché?

4. Considera le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -1 \\ -5 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) (**6 punti**) Calcola il determinante di A e il determinante di B .

(b) (**2 punti**) Calcola il determinante di AB .

(c) (**4 punti**) Calcola il determinante di $A + B$.

(d) (± 1 **punto**) Le righe di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(e) (± 1 **punto**) Le colonne di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(f) (± 1 **punto**) Le righe di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(g) (± 1 **punto**) Le colonne di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

Corso di laurea in Scienze dell'architettura
Geometria e Algebra
a.a. 2010/11 - I compitino – fila D

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

1. Siano A e B due proposizioni.

(a) (**4 punti**) Trova la tabella di verità per la proposizione $((\text{non}A) \vee B) \Leftrightarrow ((\text{non} B) \vee A)$.

(b) (**4 punti**) Le due proposizioni $\text{non} ((A \wedge B) \Rightarrow A)$ e $(A \wedge B) \Rightarrow (\text{non} A)$ sono logicamente equivalenti?

2. Considera gli insiemi $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 < n < 6\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 0 < n < 3\}$, $C = \{m - n + 1 \mid n \in A, m \in B\}$.

(a) (**3 punti**) Disegna i 3 insiemi tramite un diagramma di Venn.

(b) (**±1 punto**) $A \cup B \subseteq C$. (**V**) (**F**)

(c) (**±1 punto**) $B \subseteq C$. (**V**) (**F**)

3. Considera la relazione (A, A, R) data da $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,

$$R = \{(x, y) \in A^2 \mid 2x - y \text{ è multiplo di } 10\}.$$

(n.b. 0 è multiplo di 10)

(a) (**2 punti**) Disegna il diagramma sagittale della relazione.

(b) (**3 punti**) È una funzione? Perché?

(c) (**2 punti**) È una funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva? Perché?

4. Considera le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) (**6 punti**) Calcola il determinante di A e il determinante di B .

(b) (**2 punti**) Calcola il determinante di AB .

(c) (**4 punti**) Calcola il determinante di $A + B$.

(d) (± 1 **punto**) Le righe di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(e) (± 1 **punto**) Le colonne di A sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(f) (± 1 **punto**) Le righe di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)

(g) (± 1 **punto**) Le colonne di B sono linearmente indipendenti. (**V**) (**F**)