

Corso di laurea in Tecniche dell'edilizia
Istituzioni di Analisi Matematica
a.a. 2009/10 – compito finale – 27/09/10 (fila B)

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

1. Considera la funzione $f(x, y) = e^{x^2} \log(y) - y$.

(a) (2 punti) Calcola il gradiente di f

$$\nabla f(x, y) =$$

(b) (3 punti) Calcola la matrice Hessiana di f

$$Hf(x, y) =$$

2. Numeri complessi

(a) (4 punti) Sia $z = 3 - 4i$ e $w = 1 - i$. Calcola $x = \frac{z}{w}$, $y = \frac{w}{z}$ e verifica che $x \cdot y = 1$.

3. Sia $\varphi : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da

$$\varphi(t) = (\sin(t), \cos^2(t) + \sin(t))$$

(a) (2 punti / -0,5 punti) Il supporto di φ è contenuto nel seguente insieme:

(A) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 + x^2 + x = 2xy + 1\}$ (B) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y + x^2 = 1 + x\}$

(C) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ (D) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + x^2 + y = 1\}$

(E) nessuno dei precedenti

(b) (± 1 punto) φ è chiusa (V) (F)

(c) (± 1 punto) φ è semplice (V) (F)

(d) (2 punti) $\varphi'(t) =$

(e) (± 1 punto) φ è regolare (V) (F)

(f) (2 punti / -0,5 punti) La retta normale per $t = \pi/6$ ha equazione

(A) $x+2y=2$ (B) $x+1=2y$ (C) $8x+4y=7$ (D) $8x=4y+1$ (E) nessuna delle precedenti

4. (a) (3 punti) Determinare le soluzioni stazionarie dell'equazione differenziale

$$u'(t) = (t - 1)u^2.$$

(b) (3 punti) Determinare le soluzioni non stazionarie dell'equazione differenziale

$$u'(t) = (t - 1)u^2.$$

(c) (3 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(t) = (t - 1)u^2 \\ u(0) = 1 \end{cases}$$

5. Sia

$$f(x, y) = x - y,$$

e $D = Q \setminus T$, dove $Q = [-1, 1] \times [-1, 1]$ e T è il triangolo di vertici $(1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, -1)$.

(a) (1 **punto**) Disegna D

(b) (± 1 **punto**) D è normale rispetto all'asse x . (V) (F)

(c) (± 1 **punto**) D è normale rispetto all'asse y . (V) (F)

(d) (6 **punti**) Calcola l'integrale

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy$$