Cognome Nome matr.

Corso di laurea in Tecniche dell'edilizia
Istituzioni di Analisi Matematica
a.a. 2009/10 – compito finale – 06/09/10 (fila A)

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio**.

1. **(5 punti)** Calcolare

$$\iint_{[0,2]\times[-1,0]} \frac{x-y}{x+1}\,dx\,dy$$

2. Numeri complessi

   (a) **(2 punti / -1 punto)** Il modulo di $3-4i$ è (A) $\sqrt{7}$ (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 25

   (b) **(2 punti)** Calcola la molteplicità di i in

$$P(z) \;=\; (z^2-2iz-1)^3(z^2+1)^5(z^2-1)^7 z^{11}$$

3. Sia $\varphi : [0, \pi] \to \mathbb{R}^2$ la curva definita da

$$\varphi(t) = (t^2 + t^3, t^2)$$

(a) **(2 punti / $-0,5$ punti)** Il supporto di φ è contenuto nel seguente insieme:
(A) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = \sqrt{y^3}\}$ (B) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - y = \sqrt{y^3}\}$
(C) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y + x = \sqrt{x^3}\}$ (D) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - x = \sqrt{x^3}\}$
(E) nessuno dei precedenti

(b) **(± 1 punto)** φ è chiusa (V) (F)

(c) **(± 1 punto)** φ è semplice (V) (F)

(d) **(2 punti)** $\varphi'(t) =$

(e) **(± 1 punto)** φ è regolare (V) (F)

(f) **(2 punti / $-0,5$ punti)** La retta tangente per $t = 1$ ha equazione

(A) 5x+2y=12 (B) 5x-2y=8 (C) 2x+5y=9 (D) 2x+1=5y (E) nessuna delle precedenti

4. (a) **(3 punti)** Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u''(t) - 4u(t) = 0.$$

(b) **(3 punti)** Determinare una soluzione particolare dell'equazione differenziale

$$u''(t) - 4u(t) = te^{2t}.$$

(c) **(3 punti)** Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u''(t) - 4u(t) = te^{2t} \\ u(0) = 1 \end{cases}$$

5. Sia

$$f(x,y) = \frac{x^2+y^2}{xy+1}.$$

(a) **(2 punti)** Il dominio di f è

(b) **(2 punti)** Il gradiente di f è

$$\nabla f(x,y) \; =$$

(c) **(3 punti)** La matrice Hessiana di f è

$$Hf(x,y) \; =$$

(d) **(2 punti)** $(0,0)$ è un punto stazionario di f. Di che tipo?