

Corso di laurea in Tecniche dell'edilizia
Istituzioni di Analisi Matematica
a.a. 2010/11 – compito finale – 08/02/11 (fila A)

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

1. Si considerino la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x, y) = \frac{1}{x+3}$ e l'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 1 \leq x \leq \frac{1}{2}y + 1, 1 \geq y \geq 0 \right\}$$

(a) (2 punti) Disegnare D .

(b) (± 1 punto) D è normale rispetto a x . (V) (F)

(c) (± 1 punto) D è normale rispetto a y . (V) (F)

(d) (5 punti) Calcolare

$$\iint_D h(x, y) dx dy$$

2. Sia $\varphi : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da

$$\varphi(t) = (t^2 - 2 \log t, t^2)$$

(a) (2 punti / -0,5 punti) Il supporto di φ è contenuto nel seguente insieme:

- (A) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y + \log y\}$ (B) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y - 2 \log y\}$
(C) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y + 2 \log y\}$ (D) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y - \log y\}$
(E) nessuno dei precedenti

(b) (± 1 punto) φ è chiusa (V) (F)

(c) (± 1 punto) φ è semplice (V) (F)

(d) (2 punti) $\varphi'(t) =$

(e) (2 punti / -0,5 punti) L'equazione della retta tangente in $t = 2$ è

- (A) $4x + 3y = 28 - 6 \log 2$ (B) $4x - 3y = 4 + 6 \log 2$
(C) $3x + 4y = 28 - 8 \log 2$ (D) $3x - 4y = -4 + 8 \log 2$
(E) nessuna delle precedenti

(f) (± 1 punto) φ è regolare (V) (F)

3. (a) (**3 punti**) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$3u''(t) + 2u'(t) = 0.$$

(b) (± 1 **punto**) La funzione $u(t) = e^{t^2}$ è soluzione dell'equazione differenziale $u''(t) - 2tu'(t) - 2u(t) = 0$. (**V**) (**F**)

(c) (± 1 **punto**) La funzione $u(t) = e^{t^2}$ è soluzione dell'equazione differenziale $u''(t) + 2u'(t) - u(t) = 0$. (**V**) (**F**)

4. Numeri complessi

(a) (**2 punti**) Dati $z = 3 - 3i$ e $w = 4 - i$, calcola $\frac{z}{w}$.

(b) (**2 punti**) Calcola la molteplicità di $z_0 = -i$ in

$$P(z) = 17z^{13}(z - i)^3(z + i)^5(z^2 + 1)^7(z^2 - 2iz - 1)^{11}$$

5. Sia

$$f(x, y) = \frac{x^2}{x^2 - 1} + \frac{y^2}{y^2 + 1}.$$

(a) **(1 punto)** Il dominio di f è

(b) **(2 punti)** Il gradiente di f è

$$\nabla f(x, y) =$$

(c) ± 1 **punto** f ammette punti stazionari. **(V)** **(F)**

(d) **(3 punti)** La matrice Hessiana di f è

$$Hf(x, y) =$$

(e) **2 punti** Analizza il comportamento di f negli eventuali punti stazionari.

Corso di laurea in Tecniche dell'edilizia
Istituzioni di Analisi Matematica
a.a. 2010/11 – compito finale – 08/02/11 (fila B)

Compilare immediatamente con i propri dati l'intestazione. Rispondere ai quesiti e svolgere gli esercizi negli appositi spazi motivando le risposte ove necessario. Nelle domande con risposta a scelta, indicarne chiaramente una sola e non aggiungere altro. Nei disegni, evidenziare le parti richieste negli esercizi. Non scrivere a matita (ad eccezione eventualmente dei disegni) e non utilizzare il colore rosso. Non utilizzare correttori (bianchetti o simili). Non è concesso l'uso di calcolatrici o simili.

Le domande a risposta multipla con risposta sbagliata danno punteggio negativo.

Al termine della prova **consegnare solo questo foglio.**

1. Sia $\varphi : [\frac{1}{2}, 2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da

$$\varphi(t) = (t^3 + 3 \log t, t^3)$$

(a) (2 punti / -0,5 punti) Il supporto di φ è contenuto nel seguente insieme:

- (A) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y + \log y\}$ (B) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y - 3 \log y\}$
(C) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y + 3 \log y\}$ (D) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y - \log y\}$
(E) nessuno dei precedenti

(b) (± 1 punto) φ è chiusa (V) (F)

(c) (± 1 punto) φ è semplice (V) (F)

(d) (2 punti) $\varphi'(t) =$

(e) (2 punti / -0,5 punti) L'equazione della retta normale in $t = 1$ è

- (A) $x = 1$ (B) $y = 1$
(C) $x + y = 3 \log 3$ (D) $x + y = 2$
(E) nessuna delle precedenti

(f) (± 1 punto) φ è regolare (V) (F)

2. Si considerino la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x, y) = \frac{y}{x-3}$ e l'insieme

$$D = [0, 1] \times [0, 2]$$

(5 punti) Calcolare

$$\iint_D h(x, y) dx dy$$

3. Numeri complessi. Dati $z = 1 + 6i$, $w = 5 - 8i$, calcolare

(a) (1 punto) $\frac{z}{w}$

(b) (1 punto) $\frac{w}{z}$

(c) (1 punto) zw

(d) (1 punto) $z + w$

4. (a) (3 punti) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u''(t) + 7u'(t) + 10u(t) = 0.$$

(b) (3 punti) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u''(t) + 7u'(t) + 10u(t) = te^{-2t}.$$

(c) (3 punti) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u''(t) + 7u'(t) + 10u(t) = te^{-2t} \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 0 \end{cases}$$

5. Sia

$$f(x, y) = e^{x^2 - 7xy + 2y^2}.$$

(a) **(1 punto)** Il dominio di f è

(b) **(2 punti)** Il gradiente di f è

$$\nabla f(x, y) =$$

(c) ± 1 **punto** f ammette punti stazionari. **(V)** **(F)**

(d) **(3 punti)** La matrice Hessiana di f è

$$Hf(x, y) =$$

(e) **2 punti** Analizza il comportamento di f negli eventuali punti stazionari.