

Attività di ricerca di Stefano Pasquero

Aggiornato a Settembre 2004

Stefano Pasquero ha cominciato la sua attività di ricerca nel settore della Fisica Matematica all'incirca alla scadenza della borsa di studio INdAM "junior", sotto la supervisione di e in collaborazione con il Prof. Enrico Massa dell'Università di Genova.

Un primo risultato è stato ottenuto nell'analisi di alcune relazioni fra trasformazioni di Lorentz e operatori di riflessione nello Spazio–Tempo piatto della Relatività Ristretta. I contenuti di questa ricerca sono stati presentati nell'articolo "*Lorentz Transformations and Reflection Operators in Space–Time*", pubblicato in un volume degli Atti dell'Accademia Peloritana in onore del Prof. Carini.

Con l'inizio degli studi relativi al Dottorato di Ricerca e dei relativi corsi ed esami obbligatori presso la sede del consorzio Pisa – Bari – Lecce – Parma, l'attività di ricerca ha subito un rallentamento ed è sostanzialmente ripresa all'inizio del terzo anno di Dottorato, in collaborazione con la Dr. Paola Morando, allora della scuola di Dottorato di Ricerca di Milano e ora ricercatore confermato presso il Politecnico di Torino, e sempre sotto la supervisione del Prof. E. Massa. La ricerca ha cominciato a riguardare lo studio della Meccanica Classica tramite l'applicazione di tecniche e risultati della Geometria Differenziale, e questo argomento è stato durante questi anni ed è tuttora il nucleo principale della attività di ricerca di Stefano Pasquero, nonchè quello riguardo cui sono stati ottenuti i principali risultati.

Lo studio della Meccanica Classica tramite tecniche di Geometria Differenziale è un argomento di ricerca che ha ottenuto un rinnovato interesse a partire dagli anni '70, quando, nell'ambito della Geometria Differenziale, sono stati introdotte e studiate due importanti strutture: le strutture quasi–tangenti e i fibrati dei getti. Queste hanno portato ad una più profonda comprensione delle caratteristiche e delle proprietà geometriche dei sistemi meccanici con un numero finito di gradi di libertà, dei sistemi di equazioni differenziali ordinarie del II ordine che ne determinano l'evoluzione, delle relazioni fra simmetrie ed integrali primi, della struttura geometrica e delle proprietà dinamiche dei vincoli, delle relazioni fra aspetti lagrangiani e hamiltoniani della Meccanica, delle funzioni lagrangiane singolari e numerosi altri settori specifici.

L'attività di ricerca di Stefano Pasquero in questo settore si è indirizzata prima verso lo studio di un particolare sistema meccanico, detto di Hamel–Appell, soggetto a vincoli cinetici non di tipo Dirac e avente funzione lagrangiana singolare. I risultati ottenuti, riguardo la determinazione delle equazioni del moto e del determinismo del sistema in situazione limite, sono stati presentati nell'articolo "*Singular Lagrangians and the Hamel–Appell System*" pubblicato su *Acta Mech.* Vol. 96 (1993) pg. 55–66.

Successivamente Stefano Pasquero ha analizzato, a partire dal criterio di idealità di un vincolo dato dal principio di D'alembert o equivalentemente dal principio di Gauss,

come un vincolo può essere non ideale. I risultati ottenuti, che dimostrano fra l'altro come le caratterizzazioni costitutive di Coulomb–Morin nei casi statico e dinamico siano geometricamente le più semplici possibili, sono stati presentati nell'articolo “Constitutive Characterizations of Non–Ideal Constraints in Classical Mechanics” pubblicato su *Ann. Univ. Ferrara - Sez. VII Sc. Mat.* - Vol. XXXIX (1993) pg. 111–122.

In seguito Stefano Pasquero ha studiato come la struttura quasi tangente su un fibrato di dimensione pari possa avere un analogo come struttura quasi getto su un fibrato di dimensione dispari. I risultati ottenuti, essenzialmente le condizioni cui deve soddisfare una doppia distribuzione sul fibrato al fine di poter costruire sullo stesso una struttura di getto, sono stati presentati prima in un preprint del Dipartimento di Matematica dell'Università di Milano, dal titolo “Jet-Extensions of Fibred Manifolds with One-Dimensional Base: a Structure Theorem”, nel caso di fibrato con base unidimensionale, e successivamente nell'articolo “Almost Jet Structures and First Jet extensions of Fibred Manifolds” pubblicato su *N. Z. J. Math.* Vol. 23 (1994) pg. 83–90 nel caso generale.

Poi Stefano Pasquero ha studiato i vari tipi di simmetrie di un sistema di equazioni differenziali ordinarie del II ordine, introducendone un nuovo tipo, le simmetrie coaggiunte, e indagando il legame fra queste e quelle già note in letteratura. I risultati sono stati presentati nell'articolo “The Symmetry in the Structure of Dynamical and Adjoint Symmetries of Second Order Differential Equations” pubblicato su *J. Phys. A: Math. Gen.* Vol. 28 (1995) pg. 1943–1955, riguardo al quale la recensione dello *Zentralblatt* riporta il commento ‘It is a very nice paper’.

L'analisi delle simmetrie di un sistema di equazioni differenziali ordinarie del II ordine è successivamente proseguita, scoprendo una struttura di gruppo che ne lega i vari tipi. I risultati ottenuti al riguardo sono stati esposti, su invito, all'International Conference Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics – Kiev (Ukraina), e successivamente nell'articolo “Differential Operators, Symmetries and the Inverse Problems for Second–Order Differential Equations” pubblicato su *J. Nonlinear Math. Phys.* Vol. 3 (1996) pg. 68–84.

Nel periodo dal 1996 al 2002 l'attività di ricerca di Stefano Pasquero ha subito un forte rallentamento, principalmente dovuto ad un carico didattico estremamente elevato. L'attività di ricerca è ripresa a pieno regime a partire dalla fine dell'anno 2002, quando Stefano Pasquero ha ottenuto un anno di congedo per motivi di studio (alla seconda richiesta, visto che quella precedente, nell'anno 2001, era stata respinta dalla Facoltà di Ingegneria di Parma).

Tale attività, sempre nell'ambito delle tecniche geometriche in Meccanica Classica, è stata stavolta indirizzata alla formalizzazione e allo studio della Meccanica Impulsiva. In tale settore infatti sussistevano due gravi incongruenze: da un lato, la definizione stessa di impulso, così come riportata dai testi classici (come il Levi–Civita, il Whittaker, il Pars e altri) presenta una grave lacuna dal punto di vista causale; dall'altro lato l'uso della Geometria Differenziale di curve infinitamente regolari che vengono usate senza particolari precisazioni per trattare fenomeni di tipo continuo ma non derivabile. Ferma restando l'intenzione di evitare contesti più tecnici come la Geometria delle varietà con bordo o l'Analisi Funzionale, tali problemi sono stati affrontati e risolti completamente, con l'introduzione di nuove varietà fibrato, il doppio tangente per sistemi autonomi e il left–right jet–bundle per sistemi dipendenti dal tempo, dove la Meccanica Impulsiva trova una collocazione naturale. In tali contesti la definizione di impulso agente sul sistema può facilmente essere posta in modo causalmente corretto. Tali risultati sono

esposti nell'articolo "New Geometrical Frameworks for Classical Impulsive Mechanics" pubblicato su *Rep. Math. Phys.* Vol. 53 (2004) pg. 103–122.

Con ulteriori indagini, Stefano Pasquero ha anche provato che la Meccanica Impulsiva dei sistemi soggetti a vincoli, posizionali e cinetici, permanenti e impulsivi, scleronomi e non, può essere inquadrata nel contesto geometrico suddetto. In particolare è possibile introdurre una classificazione dei vincoli e un concetto di caratterizzazione costitutiva valido per ogni tipo di vincolo. Inoltre un principio di "vincolo minimo" di tipo Gauss può essere introdotto, in completa analogia con quanto accade in Meccanica Analitica, anche per la Meccanica Impulsiva. Tali risultati sono esposti nell'articolo "Constraints in Impulsive Mechanics and the Gauss's Minimum Principle" attualmente sottoposto a referaggio per la pubblicazione su *Report on Mathematical Physics*, e pubblicato come preprint del Dipartimento di Matematica dell'Università di Parma.

L'introduzione stessa del concetto di vincolo pone poi il problema di determinare, elemento particolarmente importante nella Meccanica Impulsiva, il cosiddetto sistema di riferimento di quiete dei vincoli. La generalità di tale concetto, legata all'ampia casistica di vincoli possibili e soprattutto alla possibilità di considerare vincoli non rigidi, ha suggerito a Stefano Pasquero, in considerazione anche di alcune imprecisioni presenti in letteratura di condurre un'analisi approfondita riguardo il concetto di sistema di riferimento nello Spazio–Tempo della Meccanica Classica, dotato di una metrica di fibra ma non di una metrica (singolare) globalmente definita. I risultati ottenuti sono stati esposti nell'articolo "On the Concepts of Frame of Reference and Connection in Space–Time Bundles of Classical Mechanics" attualmente sottoposto a referaggio per la pubblicazione su *Physics Review*, e pubblicato come preprint del Dipartimento di Matematica dell'Università di Parma.

Il tentativo di riformulare alcuni teoremi classici della Meccanica Impulsiva dipendente dal tempo nel nuovo ambiente geometrico del left–right jet–bundle ha portato sia ad alcune prevedibili conferme dei risultati, che ben si inquadrano nel nuovo contesto, sia ad alcune difformità con quanto precedentemente noto. Per esempio, il teorema di Carnot sul bilancio dell'energia cinetica in un sistema soggetto ad un vincolo cinetico impulsivo inerte, una volta inquadrato in un corretto ambiente time–dependent, risulta essere valido solo in una ristretta classe di riferimenti, determinabile dal vincolo stesso. Tale risultato, che utilizza fortemente quanto presentato nei tre precedenti lavori, ha dato origine all'articolo "On Carnot's Theorem in Time–Dependent Impulsive Mechanics" attualmente sottoposto a referaggio per la pubblicazione su *Extracta Mathematicae*, e pubblicato come preprint del Dipartimento di Matematica dell'Università di Parma.