

PROGRAMMA D'ESAME DEL CORSO DI GEOMETRIA – A.A. 2014/15
PROF. LUCIA ALESSANDRINI

1. Vettori nello spazio

- 1.1. Posizione del problema
- 1.2. Coordinate
- 1.3. Punti o vettori
- 1.4. Operazioni componente per componente
- 1.5. Il prodotto scalare
- 1.6. Lunghezze, distanze, ortogonalità
- 1.7. La disuguaglianza di Cauchy-Schwarz
- 1.8. Angolo fra vettori
- 1.9. Il prodotto vettoriale o esterno in \mathbb{R}^3

2. Rette e piani

- 2.1. Rette
- 2.2. Piani
- 2.3. Ortogonalità fra rette e piani
- 2.4. Appartenenza
- 2.5. Parallelismo
- 2.6. Piani non paralleli
- 2.7. Equazioni cartesiane di una retta
- 2.8. Rette sghembe; rette e piani ortogonali
- 2.9. Appendice. Superfici quadriche (cenni)

3. Lo spazio n-dimensionale \mathbb{R}^n

- 3.1. Lo spazio \mathbb{R}^n
- 3.2. Operazioni sui vettori
- 3.3. Proprietà delle operazioni
- 3.4. Il prodotto scalare in \mathbb{R}^n
- 3.5. Proprietà del prodotto scalare
- 3.6. Lunghezze, distanze, ortogonalità
- 3.7. Angolo fra vettori

4. Matrici

- 4.1. Matrici: definizioni
- 4.2. Operazioni sulle matrici
- 4.3. Proprietà delle operazioni sulle matrici
- 4.4. Prodotto di matrici
- 4.5. Proprietà del prodotto e potenza di una matrice
- 4.6. Matrici invertibili e matrice inversa
- 4.7. Trasposta di una matrice: matrici simmetriche e antisimmetriche
- 4.8. Matrici ortogonali
- 4.9. Il determinante di una matrice quadrata
- 4.10. Proprietà del determinante
- 4.11. Rango per minori

5. Sistemi lineari e matrici

- 5.1. Sistemi di equazioni lineari
- 5.2. Operazioni elementari
- 5.3. Matrici e sistemi ridotti

- 5.4. Insieme delle soluzioni di un sistema ridotto
- 5.5. Algoritmo di Gauss e riduzione
- 5.6. Rango di una matrice e sistemi lineari
- 5.7. Appendice. Rette e piani

6. Spazi vettoriali

- 6.1. Definizione di spazio vettoriale
- 6.2. Definizione di sottospazio
- 6.3. Combinazioni lineari e spazi generati
- 6.4. Lineare dipendenza e indipendenza
- 6.5. Esempio fondamentale: il caso $V = \mathbb{R}^n$
- 6.6. Basi, coordinate e dimensione
- 6.7. Cambiamenti di base
- 6.8. Spazio somma, somma diretta e formula di Grassmann
- 6.9. Appendice. Applicazioni alla geometria

7. Applicazioni lineari

- 7.1. Preliminari
- 7.2. Applicazioni lineari
- 7.3. Immagine e nucleo di un'applicazione lineare
- 7.4. Isomorfismi
- 7.5. Matrici e applicazioni lineari
- 7.6. Matrici simili e operatori
- 7.7. Appendice. Esempi significativi di operatori nel piano euclideo (solo matrici ortogonali)

8. Diagonalizzazione di operatori e matrici

- 8.1. Il problema della diagonalizzazione: operatori diagonalizzabili
- 8.2. Autovalori e autovettori
- 8.3. Operatori diagonalizzabili
- 8.4. Matrici diagonalizzabili
- 8.5. Il polinomio caratteristico
- 8.6. Condizioni per la diagonalizzabilità

9. Spazi euclidei ed hermitiani

- 9.1. Prodotti scalari
- 9.2. Prodotti scalari e matrici
- 9.3. Matrici congruenti e prodotti scalari
- 9.4. Prodotto hermitiano standard su \mathbb{C}^n
- 9.5. Prodotti hermitiani e matrici (cenni)
- 9.6. Basi ortogonali
- 9.7. Matrici unitarie e basi ortonormali
- 9.8. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt
- 9.9. Spazio ortogonale

10. Diagonalizzazione di matrici simmetriche

- 10.1. Autovalori di una matrice simmetrica
- 10.2. Diagonalizzazione delle matrici simmetriche e teorema spettrale.
- 10.3. Procedura per diagonalizzare una matrice simmetrica.