Esame di Algebra e Geometria - Prof. L. Alessandrini (6 settembre 2016)

Cognome:	Nome:					
Nr.matricola:	Corso di laurea:					

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Considerare le rette $r : X = (2, 0, 1) + t(1, 1, 2)$ e $s : \begin{cases} x + 2y + z & = & 1 \\ 2x + 8z & = & -1. \end{cases}$.

Un'equazione cartesiana per r è $\boxed{}$.

Un piano ortogonale a s e passante per $(1, 1, 1)$ è $\boxed{}$.

3. Considerare il sistema $Ax = b$ con $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e $b = (1, 2, 1)$.

$Sol(A, b) = \boxed{}$.

Le colonne di A sono una base di $\mathbb{R}^3$? $\boxed{}$.

Risolvere giustificando le risposte.

3. Diagonalizzare, se possibile, la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}$, ovvero calcolare i suoi autovalori, gli autospazi, le matrici P e D tali che $P^{-1}AP = D$.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) $det(-7I_7) < 0$.

(V) (F) Le righe di una matrice invertibile sono linearmente indipendenti.

(V) (F) $\varphi : (\mathbb{Z}, +, 0) \to (\mathbb{R}^*, \cdot, 1)$ definito da $\varphi(n) = e^n$ è omomorfismo di gruppi.

(V) (F) Ogni sistema omogeneo con piu' equazioni che incognite ha infinite soluzioni.

(V) (F) $W = \{X \in \mathbb{R}^4 / x_1 = 3x_2\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.

(V) (F) Se l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ è suriettiva, allora $dim\ KerL > 0$.

(V) (F) $||v - w|| = ||w - v||, \forall v, w \in \mathbb{R}^n$.

(V) (F) $(2, 0, 2)$ appartiene allo spazio generato da $e_1, e_1 + e_2, e_3 - e_1$

Risolvere giustificando le risposte.

4. Mostrare che l'insieme H delle matrici invertibili diagonali 3×3 è sottogruppo di $GL(3, \mathbb{R})$.
   Considerare $\varphi : H \to (\mathbb{R}, +, 0)$ definito da $\varphi(A) = trA$; dire se φ è omomorfismo di gruppi.