Esame di Algebra e Geometria - Prof. L. Alessandrini (6 settembre 2016)

Cognome:	Nome:					
Nr.matricola:	Corso di laurea:					

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Considerare $A = (3, 0, 0), B = (1, 0, 0), C = (-2, -3, 4)$.
   Un'equazione cartesiana per una retta parallela all'asse delle y e passante per A è
   $\boxed{}$. $dist(B, C) = \boxed{}$.
   Un piano passante per A, B, C è $\boxed{}$.

2. Considerare i vettori di $\mathbb{R}^3$: $v_1 = e_1 + e_3, v_2 = e_1 - e_3, v_3 = 3e_1 + 2e_2$.
   v_1, v_2, v_3 sono una base di $\mathbb{R}^3$? $\boxed{}$.
   Le coordinate di $(3, 3, 3)$ rispetto a v_1, v_2, v_3 sono $\boxed{}$.

Risolvere giustificando le risposte.

3. Considerare l'operatore L su $\mathbb{R}^3$ dato da $L(x, y, z) = (2x - y, -x + y + z, y - 5z)$.
   Scrivere la matrice associata e calcolare il suo determinante e il suo rango.
   Dire se $(2, 2, 2) \in ImL$.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) $det(AB) = 0$ implica che $detA = 0$.

(V) (F) Se $(G, *, e)$ è un gruppo abeliano e $g \in G$, non puo' mai essere $g^{-1} = g$.

(V) (F) $\lambda = 0$ puo' essere autovalore di una matrice 2×2 non nulla.

(V) (F) Ogni sistema omogeneo con 4 equazioni e 8 incognite ha infinite soluzioni.

(V) (F) Ogni matrice quadrata con autovalori tutti distinti fra loro è diagonalizzabile.

(V) (F) L'immagine dell'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.

(V) (F) $||v - w|| = ||v|| - ||w||$, $\forall v, w \in \mathbb{R}^n$.

(V) (F) Ogni base di $\mathbb{R}^n$ ha n vettori.

Risolvere giustificando le risposte.

4. Scrivere la tavola di moltiplicazione di $(\mathbb{Z}_5^*, \cdot, \bar{1})$.
Mostrare che ne' l'insieme delle due classi $\{\bar{2}, \bar{4}\}$ ne' l'insieme delle due classi $\{\bar{1}, \bar{3}\}$ sono sottogruppi di $(\mathbb{Z}_5^*, \cdot, \bar{1})$.
Si riesce a trovare un sottogruppo con due elementi? E con tre elementi?