Esame di Algebra e Geometria - Prof. L. Alessandrini (20 giugno 2016)

Cognome:	Nome:					
Nr.matricola:	Corso di laurea:					

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Un elemento non invertibile $\overline{x} \in (\mathbb{Z}_8^*, \cdot, \overline{1})$ è $\boxed{}$.

   Una radice sesta dell'unita' diversa da 1 è $\boxed{}$.

2. Un'equazione cartesiana per un piano passante per $P = (-1, -2, 2)$ e ortogonale al piano β di equazione $-y+2z = 6$ è $\boxed{}$.

   Un' equazione parametrica per una retta passante per P e parallela sia al piano β che al piano $z = 0$ è $\boxed{}$.

Risolvere giustificando le risposte.

3. Sia $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare associata alla matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

   a) Calcolare la dimensione e una base del suo nucleo e della sua immagine.

   b) Calcolare, se possibile, la sua inversa.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) La matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è ortogonale.
(V) (F) $(4\mathbb{Z}, +, 0)$ non è sottogruppo di $(\mathbb{Z}, +, 0)$.
(V) (F) $\{X = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 / x_2 + x_4 = 0\}$ è sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$ di dimensione uno.
(V) (F) L'operatore T su $\mathbb{R}^3$ dato da $T(x, y, z) = (x + 2y, 2x + y, -z)$ è suriettivo.
(V) (F) $MCD(331, 330) = 1$.
(V) (F) Se $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ è una applicazione lineare iniettiva, allora $dimImT = n$.
(V) (F) Esistono infinite rette ortogonali a una retta data.
(V) (F) $(\mathbb{Z}_6, +, \overline{0})$ è un gruppo abeliano.

Risolvere giustificando le risposte.

4. Sia H il sottoinsieme di S_4 (il gruppo delle permutazioni su 4 elementi) formato da tutte le permutazioni che mandano l'elemento 4 in se stesso.

a) Elencare gli elementi di H.
b) Scrivere la tabella di moltiplicazione di H.
c) Dimostrare che H è un sottogruppo di S_4.