

Esame di Algebra e Geometria - Prof. L. Alessandrini (11 luglio 2016)

Cognome:	Nome:					
Nr.matricola:	Corso di laurea:					

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Sia $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ -1 & k & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. I valori di k per cui A è invertibile sono .

I valori di k per cui il sistema omogeneo di matrice A ha infinite soluzioni sono .

2. Un'equazione cartesiana per un piano passante per $P = (0, -8, 2)$ e parallelo alle rette $r := (1, 1, 0) + t(1, 0, 7)$ e $s := (0, 0, 7) + t'(1, 0, 2)$ è .

Un'equazione cartesiana per la retta s è .

Risolvere giustificando le risposte.

3. Diagonalizzare, se possibile, la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, ovvero trovare una matrice invertibile P e una matrice diagonale D tali che $D = P^{-1}AP$.

Calcolare, se possibile, l'inversa di D .

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) La matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile.

(V) (F) 5 è congruo a 17 modulo 2.

(V) (F) $\{X = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 / x_2 + x_4 = 0, x_1 + x_4 = 0\}$ è sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 di dimensione uno.

(V) (F) Nessuna applicazione lineare da \mathbb{R}^2 a \mathbb{R}^3 è iniettiva.

(V) (F) $MCD(1001, 273) = 91$.

(V) (F) Se la matrice quadrata A ha due righe uguali, $\det A = 0$.

(V) (F) Esistono due piani che si incontrano in un solo punto.

(V) (F) \mathbb{Z}_9 ha otto elementi.

Risolvere giustificando le risposte.

4. Sia H il sottoinsieme del gruppo $(M_{2 \times 2}, +, O)$ formato da tutte le matrici della forma $A = \begin{pmatrix} a & 4b \\ b & a \end{pmatrix}$ al variare di $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Dimostrare che H è un sottogruppo di $(M_{2 \times 2}, +, O)$.

b) Dire se $F : H \rightarrow (\mathbb{R}, +, 0)$ che associa alla matrice $A = \begin{pmatrix} a & 4b \\ b & a \end{pmatrix}$ il numero $a - 3b$ è un omomorfismo di gruppi.

c) Scrivere una matrice $A \neq O$ tale che $F(A) = 0$.