Esame di Algebra e Geometria - Prof. L. Alessandrini (10 luglio 2017)

Cognome:	Nome:					
Nr.matricola:	Corso di laurea:					

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

A. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -7 & k & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. I valori di k per cui A è invertibile sono $\boxed{}$.

Per $k = 1$ l'inversa di A è

B. Un'equazione cartesiana per un piano passante per $P = (3, 1, 0)$ e contenente la retta $r := (1, 1, 0) + t(1, 0, 7)$ è $\boxed{}$.

Un' equazione cartesiana per la retta s parallela a r e passante per P è $\boxed{}$.

Risolvere giustificando le risposte.

C. Diagonalizzare, se possibile, la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, ovvero trovare una matrice invertibile P e una matrice diagonale D tali che $D = P^{-1}AP$.

Calcolare, se possibile, l'inversa di D.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) Sia $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Allora $A^4 = \begin{pmatrix} 2^4 & 0 \\ 0 & 3^4 \end{pmatrix}$

(V) (F) 25 è congruo a 17 modulo 2.

(V) (F) Il nucleo di una applicaz. lineare $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ è un sottospazio vett. di $\mathbb{R}^4$ di dimensione almeno uno.

(V) (F) Nessuna applicazione lineare da $\mathbb{R}^2$ a $\mathbb{R}^3$ è un isomorfismo.

(V) (F) Se $pr_w v = v$, allora $v \perp w$.

(V) (F) Ogni sistema lineare omogeneo è risolubile.

(V) (F) Se $v \in \mathbb{R}^n$, vale $< -v, -v >= - < v, v >$.

(V) (F) I vettori $(-1, 0), (1, 0)$ formano una base di $\mathbb{R}^2$.

Risolvere giustificando le risposte.

4. Sia H il sottoinsieme del gruppo $(M_{2\times 2}, +, O)$ formato da tutte le matrici della forma $M = \begin{pmatrix} a & 4b \\ b & a \end{pmatrix}$ al variare di $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Dimostrare che H è un sottogruppo di $(M_{2\times 2}, +, O)$.

b) Dire se $F : H \to (\mathbb{R}, +, 0)$ che associa alla matrice $A = \begin{pmatrix} a & 4b \\ b & a \end{pmatrix}$ il numero $a + b$ è un omomorfismo di gruppi.

c) Scrivere una matrice $A \neq O$ tale che $F(A) = 0$.