Modulo di GEOMETRIA e ALGEBRA - prof. L. Alessandrini - 31.3.2016

Cognome e nome

Matricola e Corso di Laurea

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Dati la retta r di equazione: $\begin{cases} x+y-2z = 1 \\ x-y+4z = 3 \end{cases}$ e il piano α di equazione $2x+y-z=0$:

r e α sono (mutua posizione) $\boxed{\quad}$. $(-1,0,1) \in r$? $\boxed{\quad}$. Un vettore di direzione della retta r è $\boxed{\quad}$.

2. Considerare l'operatore su $\mathbb{R}^2$ dato dalla formula $L(x,y) = (\frac{5}{2}x - \frac{3}{4}y, x + \frac{1}{2}y)$. La matrice che rappresenta L è $\begin{pmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{pmatrix}$. Gli autovalori di L sono $\boxed{\quad}$.

L è diagonalizzabile? $\boxed{\quad}$.

3. Sia L l'applicazione lineare rappresentata dalla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. Scrivere la formula per L $\boxed{\quad}$.

KerL = $\boxed{\quad}$. ImL coincide con $\mathbb{R}^3$? $\boxed{\quad}$.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) L'applicazione $L : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $L(v) = -v$ è lineare.

(V) (F) $\mathbb{R}^5$ può avere 5 generatori.

(V) (F) Un sistema omogeneo di 8 equazioni in 12 incognite ammette sempre soluzioni e queste dipendono da almeno 4 parametri.

(V) (F) Se W è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$, $\forall v, w \in W$, anche $v + w \in W$.

(V) (F) Sia A una matrice quadrata $n \times n$. Allora $\text{rg}(A) \geq n$.

(V) (F) Ogni applicazione lineare $L : \mathbb{R}^5 \longrightarrow \mathbb{R}^5$ è un isomorfismo.

(V) (F) Un'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^7 \longrightarrow \mathbb{R}^6$ può essere suriettiva.

(V) (F) Nessuna matrice simmetrica è diagonalizzabile.

Risolvere per esteso sul retro di questo foglio.

Determinare i valori reali di h e k per cui i seguenti quattro vettori di $\mathbb{R}^4$ risultino linearmente dipendenti:

$v_1 = (2,3,h,h), v_2 = (1,k,0,0), v_3 = (1,-h,k,0), v_4 = (5,0,0,0)$.