Modulo di GEOMETRIA e ALGEBRA - prof. L. Alessandrini - 22.2.2016

Cognome e nome

Matricola e Corso di Laurea

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Siano α il piano passante per $(1, 0, 2)$ e di vettore normale $(0, 1, 1)$, e β il piano di equazione $x = 3y$.

Un punto di α diverso da $(1, 0, 2)$ è ______. I due piani sono (mutua posizione) ______. Scrivere una equazione parametrica per una retta ortogonale a β e passante per l'origine ______.

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

La traccia di A è ______. Il rango di A è ______.

$Sol(A, O) =$ ______.

3. Sia $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $L(x, y) = (-y, 2x - 2y)$.

La matrice associata a L è ______. Una base per l'immagine di L è ______.

$L^{-1}(x, y) =$ ______.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) Siano $v = (1, -1, 1)$, $w = (-1, -1, 1)$. Allora $v \times w = (0, 0, 1)$.

(V) (F) Sia A una matrice ortogonale. Allora A è invertibile.

(V) (F) L'applicazione $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, data da $L(x, y, z) = x^2 - y + z^2$ è lineare .

(V) (F) Siano $v, w \in \mathbb{R}^3$: allora $||v + w|| = ||v|| + ||w||$.

(V) (F) Ogni matrice quadrata con rango massimo è diagonalizzabile.

(V) (F) $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$.

(V) (F) Se tre vettori generano $\mathbb{R}^3$, allora essi sono linearmente dipendenti.

(V) (F) Se il sistema $Ax = b$ non è compatibile, allora anche il sistema $Ax = O$ non ha soluzioni.

Risolvere per esteso sul retro di questo foglio.

Determinare gli autovalori dell'operatore su $\mathbb{R}^3$ rappresentato dalla matrice

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Tale operatore è diagonalizzabile? Giustificare la risposta.