Esame di GEOMETRIA e ALGEBRA - prof. L. Alessandrini - 21.02.2017

Cognome e nome

Matricola e Corso di Laurea

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Considerare le rette $r : X = (2, 0, 1) + t(1, 1, 2)$ e $s : \begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x + 8z = -1. \end{cases}$.

   La loro mutua posizione è .

   Un'equazione cartesiana per un piano parallelo a s e passante per l'origine è .

   Un'equazione cartesiana per un piano ortogonale a r e passante per $(-4, 1, 1)$ è .

2. Sia $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare data da $L(x, y, z) = (y + z, x + z, x + y)$.

   La matrice associata a L è $A = \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}$. A è ortogonale? .

   $KerL =$.

3. Considerare il sistema $Ax = b$ con $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ -3 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ e $b = (1, 1, 1)$.

   $Sol(A, b) =$.

   $det(A^3) =$.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

- (V) (F) Una matrice simmetrica è sempre invertibile.
- (V) (F) Le righe di una matrice invertibile sono linearmente indipendenti.
- (V) (F) Esistono matrici ortogonali A con $detA = 5$.
- (V) (F) Ogni sistema omogeneo con piu' equazioni che incognite ha infinite soluzioni.
- (V) (F) $W = \{X \in \mathbb{R}^4 / x_1 = 3x_2\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
- (V) (F) Se l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ è suriettiva, allora $dim\ KerL > 0$.
- (V) (F) L'angolo fra i vettori $(1, 3, -2)$ e $(0, 3, -2)$ è acuto.
- (V) (F) Se due rette sono sghembe, non esiste un piano che le contiene entrambe.

Risolvere per esteso sul retro di questo foglio.

Diagonalizzare, se possibile, la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}$, ovvero calcolare i suoi autovalori, gli autospazi, le matrici P e D tali che $P^{-1}AP = D$.