Esame di GEOMETRIA e ALGEBRA - prof. L. Alessandrini - 5.09.2016

Cognome e nome

Matricola e Corso di Laurea

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Considerare le rette $r : X = (2,0,1) + t(1,1,2)$ e $s : \begin{cases} x + 2y + z & = & 1 \\ 2x + 8z & = & -1. \end{cases}$.

   Un'equazione cartesiana per r è ______.

   r e s si intersecano? ______.

   Un piano ortogonale a s e passante per $(1,1,1)$ è ______.

2. Siano $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -12 & 0 & 4 \\ 0 & 8 & 0 \end{pmatrix}$. L'applicazione L_A associata a A è

   $L_A(x,y) =$ ______.

   $det(AB) =$ ______ $tr(BA) =$ ______.

3. Considerare il sistema $Ax = b$ con $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e $b = (1,2,1)$.

   $Sol(A,b) =$ ______.

   Le colonne di A sono una base di $\mathbb{R}^3$? ______.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

- (V) (F) $det(-7I_7) < 0$.
- (V) (F) Le righe di una matrice invertibile sono linearmente indipendenti.
- (V) (F) Esistono matrici ortogonali A con $detA = 5$.
- (V) (F) Ogni sistema omogeneo con piu' equazioni che incognite ha infinite soluzioni.
- (V) (F) $W = \{X \in \mathbb{R}^4 / x_1 = 3x_2\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.
- (V) (F) Se l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ è suriettiva, allora $dim\ KerL > 0$.
- (V) (F) $||v - w|| = ||w - v||$, $\forall v, w \in \mathbb{R}^n$.
- (V) (F) La base canonica di $\mathbb{R}^3$ ha tre vettori.

Risolvere per esteso sul retro di questo foglio.

Diagonalizzare, se possibile, la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -7 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}$, ovvero calcolare i suoi autovalori, gli autospazi, le matrici P e D tali che $P^{-1}AP = D$.