Esame di Algebra e Geometria - 9 CFU Lucia Alessandrini - 8/9/2015

Cognome e nome

Matricola e Corso di Laurea

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Sia α il piano di equazione: $x + y - z - 1 = 0$.

   Una retta ortogonale ad α e passante per $(2, 2, 0)$ è

   Una retta che giace su α e ortogonale all'asse z (se esiste) è

   Un piano parallelo ad α è .

2. Considerare i vettori $u = (1, 0, h), v = (2, -1, 1), w = (h, 1, -1)$.

   I valori di h per cui u, v, w sono linearmente indipendenti sono

   I valori di h per cui u, v, w sono allineati sono

   $v \times w =$ $pr_v w =$.

3. Calcolare l'insieme delle soluzioni del sistema $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + z = 0 \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$

   $Sol(A, b) =$

   Cosa rappresenta geometricamente questo insieme nello spazio?

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) Se una retta è ortogonale a un piano, lo interseca in un punto.

(V) (F) Ogni sistema omogeneo con 4 equazioni e 2 incognite è risolubile.

(V) (F) Se $(G, *, e)$ e' un gruppo, l'operazione $*$ e' associativa e commutativa.

(V) (F) $L : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}$ definita da $L(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5$ è una applicazione lineare.

(V) (F) Se $L : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ è una applicazione lineare, allora L è iniettiva se e solo se il rango della matrice associata è n.

(V) (F) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ è una matrice ortogonale.

(V) (F) Se λ è autovalore dell'operatore T, $\forall v$ vale $T(v) = \lambda v$.

(V) (F) Se $det(3A) \neq 0$, allora A^3 è invertibile.

Risolvere per esteso sul retro di questo foglio.

1. Diagonalizzare, se possibile, l'operatore su $\mathbb{R}^2$ rappresentato dalla matrice $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ (cioè trovare la matrice diagonale e la base di autovettori), oppure spiegare perché non lo è .

2) Sia $f : (\mathbb{R}^*, \cdot, 1) \to (\mathbb{R}^*, \cdot, 1)$ data da $f(x) = x^2$.
Dimostrare che f e' un omomorfismo di gruppi, e calcolare $Ker f$.