...

Esame di Algebra e Geometria - 9 CFU (14 luglio 2015)

~~Esame di GEOMETRIA A~~ - prof. L. Alessandrini, ~~prof. L. Billotti - 24.6.2008~~

Cognome e nome

Matricola e Corso di Laurea

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Sia α il piano di equazione parametrica vettoriale $(1,0,1)+t(1,1,0)+s(3,1,7)$ e r la retta
$$\begin{cases} 2x-y-z=0 \\ -x+3y+z=1 \end{cases}$$
Un vettore normale ad α è ______. r ed α sono (mutua posizione) ______.
Un'equazione cartesiana di un piano parallelo a r e passante per $(2,2,2)$ è ______.

2. Siano $v=(-1,0,-2), w=(0,3,9)$, e A la matrice avente come righe i vettori v e w.
Un vettore u che insieme a v e w forma una base di $\mathbb{R}^3$ è ______.
$Sol(A,O)=$ ______.
Un vettore non nullo ortogonale a w è ______.

3. Sia $L:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3, L(x,y,z)=(5x-2y,-2x+5y,5z)$.
$\mathrm{Ker}L=$ ______.
Gli autovalori di L sono ______. L é diagonalizzabile? ______.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) I piani di equazione $2x-y+z=1$ e $x-z=4$ sono paralleli.

(V) (F) Siano A e B due matrici quadrate. Se $A+B=O$ e $A\neq O$, allora anche $B\neq O$.

~~(V) (F) La quadrica di equazione $x^2+y^2-7z^2=1$ è un iperboloide a due falde.~~

(V) (F) Se tre vettori di $\mathbb{R}^3$ generano $\mathbb{R}^3$, allora sono linearmente dipendenti.

(V) (F) Se $A\in M_{m\times n}$ con $m>n$, allora il sistema $Ax=O$ ha infinite soluzioni.

(V) (F) Se $v=(1,1,\ldots,1)$ e $w=(2,2,\ldots,2)\in\mathbb{R}^n$, allora l'angolo tra v e w é 0.

(V) (F) Se L è una applicazione lineare e $v_1,\ldots,v_k$ sono vettori linearmente indipendenti, allora $L(v_1),\ldots,L(v_k)$ sono linearmente indipendenti.

(V) (F) Siano e_1 ed e_4 il primo e il quarto vettore della base canonica di $\mathbb{R}^4$; allora $dist(e_1,e_4)=1$.

(V) (F) $m.c.d.(10000,990)=10\ m.c.d.(1000,99)$.

Risolvere per esteso sul retro di questo foglio.

~~1. Siano $B=((1,1),(1,0))$ e $B'=((2,0),(-1,-1))$ basi di $\mathbb{R}^2$. Calcolare $M(B,B')$ e $M(C,B')$.~~

2. Dire se i seguenti enunciati sono veri o falsi, motivando la risposta.
a) "Se $A,B\in M_{m\times n}$, allora $rg(A-B)=rgA-rgB$".
b) "Se $A,B\in M_{n\times n}$, allora $det(A+B)=detA+detB$".

1) Dimostrare che l'insieme $\{1,-1,i,-i\}$ e' un sottogruppo del gruppo moltiplicativo $\mathbb{C}^*$. Scrivere la sua tabella di moltiplicazione.