Esame di GEOMETRIA e ALGEBRA - prof. L. Alessandrini - 01.02.2016

Cognome e nome

Matricola e Corso di Laurea

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Siano r ed s le rette di equazione parametrica rispettivamente $X = (2,0,1) + t(1,0,-1)$ e $X = (2,2,-1) + t(1,2,-3)$. Un'equazione cartesiana per r è ______.

r e s si intersecano nel punto $P =$ ______.

Un piano ortogonale a s e passante per l'origine è ______.

2. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. L'applicazione L_A associata a A è $L_A(x,y,z) =$ ______. L_A è suriettiva? ______.

Scrivere una base di Ker$L$ ______

3. Siano $v = (1,2,1)$ e $w = (2,0,-1)$. $||v + 2w|| =$ ______. $v \times w =$ ______.

I vettori v e w sono una base di $\mathbb{R}^3$? ______.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) Due rette sghembe non possono giacere su uno stesso piano.

(V) (F) Se A, B sono matrici ortogonali, allora $\det(AB) = \pm 1$.

(V) (F) Se l'applicazione lineare $L : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ è suriettiva, allora $n = m$.

(V) (F) Ogni matrice simmetrica è diagonalizzabile.

(V) (F) $W = \{X \in \mathbb{R}^4 / x_1 = 3x_2\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.

(V) (F) Se v è un autovettore di un operatore, allora anche $3v$ lo è.

(V) (F) $\langle \mathrm{pr}_v(w), w \rangle = 0$, $\forall v, w \in \mathbb{R}^n$.

(V) (F) $\mathcal{L}((1,1,1),(2,0,1),(4,2,3)) = \mathbb{R}^3$.

Risolvere per esteso sul retro di questo foglio.

Al variare di $k \in \mathbb{R}$, studiare il seguente sistema lineare, ovvero dire per quali valori del parametro è risolubile, e per quali la soluzione è unica:

$$\begin{cases} x + 2y + kz &= 1 \\ 2x + ky + 8z &= -1 \\ 4x + 7y + z &= 4. \end{cases}$$