Esame di Geometria e Algebra - prof. L. Alessandrini - 24.1.2018

Cognome e nome

Matricola e Corso di Laurea

Scrivere la risposta negli spazi, senza giustificarla.

1. Considerare la retta r di equazione: $\begin{cases} 2x+y-z=1 \\ y-1=0 \end{cases}$ e i piani α di equazione $x-y-2z=0$ e β di equazione $3x-y+z=0$.
r e α sono (mutua posizione) .
Un'equazione parametrica vettoriale di β è .

2. Considerare l'operatore su $\mathbb{R}^2$ dato dalla formula $L(x,y) = (x+(y/3), 30x-2y)$.
Gli autovalori di L sono .
Gli autospazi di L sono .

3. Siano $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} k & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, con k numero reale.
Calcolare (se esistono) $AB = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$ $BA = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$.
Determinare i valori di k per cui $detB \neq 0$.

Se l'affermazione è vera, fare una croce su (V), se è falsa, su (F)

(V) (F) Se A è una matrice quadrata non invertibile, allora il sistema $Ax = b$ non ha mai soluzione.

(V) (F) L'angolo tra $(1,1,-1,-1)$ e $(-1,-2,0,0)$ è minore di un angolo retto.

(V) (F) Sei vettori di $\mathbb{R}^3$ non possono mai formare una base di $\mathbb{R}^3$.

(V) (F) Ogni applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$ è suriettiva.

(V) (F) $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 2x-y=1\}$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$.

Risolvere per esteso sul retro di questo foglio.

4. Sia L l'applicazione lineare rappresentata dalla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
Scrivere la formula per L.
Calcolare le dimensioni di $Ker\ L$ e di $Im\ L$.
Dire se L è un isomorfismo, e giustificare la risposta.