

PROGRAMMA D'ESAME DEL CORSO DI ALGEBRA E GEOMETRIA – A.A. 2016/17
PROF. LUCIA ALESSANDRINI
testo di riferimento ALESSANDRINI, NICOLODI: GEOMETRIA A, e dispense di Algebra.

GEOMETRIA LINEARE NELLO SPAZIO

1. Vettori nello spazio. Coordinate. Punti o vettori. Operazioni componente per componente. Il prodotto scalare. Lunghezze, distanze, ortogonalità. La disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Angolo fra vettori. Il prodotto vettoriale in \mathbb{R}^3 .
2. Rette e piani. Equazioni. Ortogonalità fra rette e piani. Appartenenza. Parallelismo. Equazioni cartesiane di una retta. Rette sghembe; rette e piani ortogonali.

VETTORI, MATRICI, SISTEMI LINEARI

3. Lo spazio n-dimensionale \mathbb{R}^n . Operazioni sui vettori. Proprietà delle operazioni. Il prodotto scalare in \mathbb{R}^n . Proprietà del prodotto scalare. Lunghezze, distanze, ortogonalità. Angolo fra vettori.
4. Matrici. Operazioni sulle matrici. Proprietà delle operazioni sulle matrici. Prodotto di matrici. Proprietà del prodotto e potenza di una matrice. Matrici invertibili e matrice inversa. Trasposta di una matrice: matrici simmetriche e antisimmetriche. Matrici ortogonali. Il determinante di una matrice quadrata. Proprietà del determinante. Rango per minori.
Dimostrazioni: della Proposizione 6.9.
5. Sistemi lineari e matrici. Sistemi di equazioni lineari. Operazioni elementari. Matrici e sistemi ridotti. Insieme delle soluzioni di un sistema ridotto. Algoritmo di Gauss e riduzione. Rango di una matrice e sistemi lineari: Teorema di Rouchè-Capelli. Mutua posizione di rette e piani nello spazio. Equazione parametrica vettoriale di un piano.
6. Spazi vettoriali e sottospazi (in \mathbb{R}^n). Combinazioni lineari e spazi generati. Lineare dipendenza e indipendenza. Basi, coordinate e dimensione. Sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^n .

APPLICAZIONI LINEARI E DIAGONALIZZAZIONE

7. Applicazioni lineari. Immagine e nucleo di un'applicazione lineare. Isomorfismi. Matrici e applicazioni lineari, e loro proprietà. Dimostrazioni: delle Proposizioni 11.5 e 11.6
8. Autovalori, autovettori e diagonalizzazione. Matrici del cambiamento di base e loro proprietà. Il problema della diagonalizzazione: operatori diagonalizzabili. Autovalori e autovettori. Il polinomio caratteristico. Condizioni per la diagonalizzabilità. Diagonalizzazione di matrici.
Dimostrazioni: del Teorema 13.6.

ALGEBRA

9. Numeri. I numeri naturali. I numeri interi: Teorema di divisione con resto. Divisori. Massimo comun divisore e sue proprietà. Numeri primi. Teorema fondamentale dell'aritmetica. Decomposizione in fattori primi. Minimo comune multiplo. Algoritmo di Euclide per il calcolo del m.c.d.. I numeri razionali. I numeri complessi: operazioni, forma trigonometrica, radici dell'unità.
Dimostrazioni: dei Teoremi 1.5, 1.15 e 1.16.
10. Gruppi. Definizione, esempi importanti. Sottogruppi: esempi importanti. I sottogruppi di Z . Isomorfismi e omomorfismi di gruppi. Nucleo e immagine e loro proprietà. Z_n : definizione e operazioni. Z_p è un campo, per p primo. Esempi: gruppi di matrici, il gruppo simmetrico S_n .
Dimostrazioni: dei Teoremi 2.7 e 2.12.